**تفکر آماری، چیستی و چرائی**

آناهیتا کمیجانی[[1]](#footnote-1)(نویسنده مسئول)، ابراهیم ریحانی[[2]](#footnote-2)و احسان بهرامی سامانی[[3]](#footnote-3)

1دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی

2 دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی

3دانشگاه شهید بهشتی

**چکیده:**

امروزه‌ در همۀ‌ جوامـع و با شرایط جدید در حوزۀ آموزش‌، توانـایی‌ درک‌ آمـار و استفادۀ بهینه از داده های آماری‌ یکـــی‌ از نیازهـــای‌ اساسی‌ برای‌ زندگی‌ بهتر است‌. جملات‌ خـبری‌ کــه‌ در نــشریات‌، رســانه‌ها، سایت ها و شبکه های مجازی منتشر می شوند، بیــش‌ از آن کــه‌ بــر مبنــای‌ نظرات‌ و اعتقادات‌ شخصی‌ باشند، بـر پایـۀ‌ داده های آمـــاری‌ هـــستند. خبرهـــایی‌ کـــه‌ در حوزه‌هـــای‌ اقتـــصادی‌، اجتمـــاعی‌ یـــا نتایـــج‌ تحقیقـــات‌ پزشـــکی‌ منتـــشر می‌شـــوند، نتایـــج‌ مطالعــاتی‌ هــستند کــه‌ از یــک‌ نمونــۀ آماری‌ به‌دســت‌ آمده‌اند و در بردارندۀ‌ مطالبی هستند که افراد برای درک درست آنها باید دارای سواد آماری باشند، قادر به استدلال آماری باشند و بتوانند تفکر آماری خود را درمطالعۀ خود پیاده سازند. افــرادی‌ کــه‌ تفکر آمــاری‌ ندارنــد، مفــاهیم‌ خطــا و عــدم‌ حتمیــت‌ را در برداشت‌های‌ خـود از اخبـار لحـاظ نمی‌کننـد و بنــا بــر ایــن‌ بــرای‌ تفــسیر و ارزیــابی‌ این‌گونــه‌ اخبـــار دچـــار مـــشکل‌ و اشـــتباه‌ می‌شـــوند و نتایجی‌ که‌ بر اساس‌ یـک‌ نمونـه‌ به‌دسـت‌ آمـده‌ است‌ را صد در صد و در همۀ‌ شرایط‌ درست‌ تلقـی‌ می‌کننـد. عـلاوه‌ بــر آن‌ افـرادی‌ کـه‌ فاقد تفکر آمــاری‌ هستند و بـــا شــیوه‌های‌ جمـــع‌آوری‌ داده ها و تجزیه‌ و تحلیل‌ اطلاعات‌ آماری‌ آشنایی‌ ندارند به‌ راحتی‌ تحت‌ تأثیر اطلاعـات‌ نادرسـت‌ قـرار می‌گیرنـــد.

**واژه‌های کلیدی:** سواد آماری، تفکر آماری، تفکر ریاضی، آمار

**Abstract**

Today, in all societies and with new conditions in the field of education, the ability to understand statistics and the optimal use of statistical data is one of the basic necessities for life. News items published in publications, media, websites, and virtual networks are based more on statistical data than on personal opinions and beliefs. News that are published in the economic, social or medical research results are the results of studies that have been obtained from a statistical sample, and in the context of the people who should be statistical literacy to understand their proper reasoning, and can be statistical thinking. Implement yourself in their study. People who do not have statistical thinking do not consider the concepts of errors and non-meaninglessness in their perceptions of news, and so they will be in trouble for the interpretation and assessment of such news, and the results that are based on a sample are hundred percent and in the All conditions are considered correct. In addition, people who lack statistical thinking and are unfamiliar with the methods of data collection and statistical information analysis are easily influenced by inaccurate information.

**Keywords:** Statistical Literacy, Statistical Thinking, Mathematical Thinking, Statistics

**مقدمه:**

هرگز داده ها و سواد آماری به اندازه امروز اهمیت نداشته اند. از مردم خواسته می شود تا در بسیاری از مسائل ، از جمله همه گیری جهانی کووید 19 ، یک سیاره با شرایط آب و هوایی در حال تغییر شدید ، رشد اقتصادی ، رکود اقتصادی و مسائل مهم اجتماعی ، اطلاعات را تلفیق کنند. داده ها از طریق تجسم، گزارش های علمی (مانند مطالعات پزشکی) ، مقالات روزنامه نگاران و وب سایت ها به دست می آید.(دستورالعملهای ارزیابی و آموزش در آموزش آماری،NCTM،2020) استیو لویت، یکی از نویسندگان اسناد NCTMدرباره نیاز به سواد آماری و داده ها می گوید:" من معتقدم که ما به فرزندان خود مدیون هستیم که آنها را برای جهانی که با آن روبرو می شوند آماده کنیم - جهانی که توسط داده ها هدایت می شود. تسلط اساسی به داده ها نه تنها برای بیشتر مشاغل خوب ، بلکه همچنین برای زندگی به طور کلی ، چه از نظر سواد مالی ، چه انتخاب های مناسب در مورد سلامتی خودمان ، و یا دانستن اینکه چه کسی و چه چیزی را باور کنیم ، یک نیاز است."امروزه بسیاری از بخش های اقتصاد و بیشتر مشاغل به مهارت های استفاده از داده بستگی دارند. برای خواندن آسان اخبار و مشارکت در جامعه به عنوان عضوی کاملاً آگاه ، نیاز به داده بسیار ضروری است. به همین دلیل ، لازم است که همه دانش آموزان ، دبیرستان را در حالی که آماده زندگی و کار در دنیای داده محور هستند ، ترک کنند. برای درک هرچه بیشتر داده ها، علم آمار و استفاده بهینه از آن در کار و زندگی، باید تفکر آماری را در دانش آموزان پرورش دهیم. در این مجال مروری بر تعاریف تفکر آماری و مفهوم آن و همچنین تفاوت های آن با تفکر ریاضی خواهیم داشت .

در این مجال مروری داریم بر اینکه تفکر آماری چیست و چه تفاوتی با سواد آماری و استدلال آماری دارد؟ تفکر آماری و تفکر ریاضی از چه جنبه هایی قابل مقایسه هستند و تفاوت آنها در چیست؟

**مفاهیم و تعاریف اصلی:**

همانطور که زندگی ما با داده های آماری اداره می شود ، آمار در دهه های اخیر به یک موضوع اساسی در آموزش ریاضیات تبدیل شده است .(شورای ملی معلمان ریاضیات،NCTM ، 2014). مفاهیم مرتبط به آمار شامل سواد آماری، سواد نموداری، نمودارهای آماری، استدلال آماری و تفکر آماری هستند که مروری بر آنها خواهیم داشت:

**سواد آماری:** تعاریف زیر برای سواد آماری ارائه شده است:

|  |  |
| --- | --- |
| **تعریف سواد آماری** | **منبع** |
| توانایی افراد در تفسیر و ارزیابی نقادانه اطلاعات آماری و استدلال براساس داده‏های ارائه‏شده در رسانه‏های مختلف و توانایی بحث‏کردن با توجه به چنین اطلاعات آماری. | گال،2002 |
| فهم زبان آماری( لغات، نمادها و اصطلاحات) و توانایی تفسیر و خواندن نمودارها و جدول‏ها و داشتن تفکر آماری دربرابر اخبار، رسانه‏ها، نظرسنجی‏ها و ... | گارفیلد، 2003 |
| توانایی فهم مفاهیم آماری و استدلال در اساسی‏ترین اصول. | اسنل، 1992 |
| توانایی ارتباط، تحلیل و تولید معانی اطلاعات عددی. | شاه، مایر و هگارتی، 1999 |
| هنگامی که اطلاعات، بصورت بصری کدگذاری می‏شوند، به‏آسانی حفظ و بازیابی می‏شوند و بنابراین با اضافه کردن نمودارها به متن می‏توان یادگیری را بهبود بخشید. آن یک زبان بصری یا مهارتی برای افزایش یادگیری محسوب می‏شود. | پالویو، 1991 |

جدول (1)، تعاریف سواد آماری

**استدلال آماری:** تعریف زیر برای استدلال آماری ارائه شده است:

|  |  |
| --- | --- |
| **تعریف استدلال آماری** | **منبع** |
| استدلال آماری ممکن است با ارتباط دادن یک مفهوم با مفهومی دیگر( مثل میانه با پراکندگی داده‏ها) تعبیر شود و یا ممکن است با ترکیب کردن مفاهیمی درباره‏ی داده‏ها و شانس تلقی شود.استدلال آماری همچنین به‏معنای فهمیدن و قادر بودن در توضیح دادن فرایندهای آماری و تفسیر نتایج آماری می‏باشد. | گارفیلد و بن زد وی آی، 2007 |

جدول (2)، تعاریف استدلال آماری

**تفکر آماری:** تعریف زیر برای تفکر آماری ارائه شده است:

|  |  |
| --- | --- |
| **تعریف تفکر آماری** | **منبع** |
| تفکر آماری از نظر پیچیدگی در مرتبه‏ی بالاتری نسبت به استدلال‏های آماری وجود دارد. تفکر آماری شیوه‏ای است که متخصصان حرفه‏ای با آن سروکار دارند و شامل این می‏شود که یک روش، اندازه، طرح یا مدل آماری چطور و چرا استفاده می‏شود. همچنین شامل فهم عمیق نظریه‏های اساسی فرایندها و روش‏های آماری و همچنین فهم محدودیت‏ها و کمبودها و منابع آماری نیز می‏شود. | گارفیلد و بن زد وی آی، 2007 |

جدول (3)، تعریف تفکر آماری

**تفاوت‏های بین سواد آماری، استدلال آماری و تفکر آماری**

**سواد آماری** یک توانایی مهم موردانتظار از شهروندان در جامعه‏ی مملو از اطلاعات است و اغلب انتظار می‏رود که دانش‏آموزان بعد از اتمام تحصیلات مدرسه‏ای از نظر آماری باسواد باشند. سواد آماری همچنین بعنوان یک مولفه‏ ضروری از سواد افراد بزرگسال محسوب می‏شود. سواد آماری درگیر فهم و استفاده از زبان و ابزار پایه‏ای آمار( دانستن اینکه اصطلاح پایه‏ای آماری میانگین چیست، طریقه‏ استفاده از نمادهای آماری ساده را بداند یا نمایش‏های مختلف داده‏ها را بتواند تشخیص بدهد یا تفسیر کند) می‏شود. دیدگاه‏های دیگری از سواد آماری وجود دارد که روی افرادی که از داده‏ها استفاده می‏کنند، تمرکز دارد: سواد آماری عبارت است از توانایی تفسیر، ارزیابی نقادانه و ارتباط برقرار کردن با اطلاعات و پیام‏های آماری. گال استدلال می‏کند که سواد آماری رفتاری است قابل پیش‏بینی از ترکیب پنج‏تا از مهارت‏های پایه‏ای( سواد، آمار، ریاضیات، محتوا و انتقاد) که با هم ارتباط دارند( گارفیلد و بن زد وی آی، 2007).

**استدلال آماری** به‏معنای فهمیدن ، درک کردن و توانایی توضیح دادن فرایندهای آماری و تفسیر نتایج آماری است ( گارفیلد و بن زد وی آی، 2007).

**تفکر آماری** شامل موارد زیر می شود:

1- فهمیدن اینکه چطور یک مدل آماری به‏منظور شبیه‏سازی پدیده‏های تصادفی مورداستفاده قرار می‏گیرد.

2- فهمیدن اینکه چطور داده‏ها به‏منظور تخمین احتمال تولید می‏شوند.

3- تشخیص اینکه چگونه، چه‏زمانی و چرا ابزارهای استنباطی موجود می‏توانند استفاده شوند.

4- قادر بودن در فهمیدن و استفاده از محتوای یک مسئله به‏منظور طرح‏ریزی و ارزیابی تحقیق و ترسیم نتایج( گارفیلد و بن زد وی آی، 2007).

سواد آماری، استدلال آماری و تفکر آماری هریک حوزه‏های منحصربفردی هستند ولی با هم اشتراکاتی دارند. سواد آماری اساس و پایه‏ استدلال کردن و تفکر آماری را فراهم می‏کند.

شکل (1): ارتباط بین سواد، استدلال و تفکر آماری

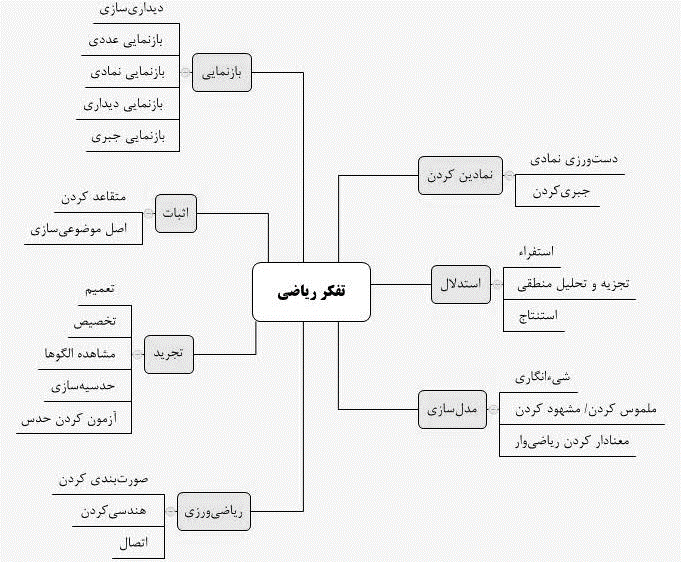
بـن‌ زوی و گارفیلـد (2003)بیــن‌ ســواد آمــاری‌، اســتدلال‌ آمــاری‌ و تفکــر آماری‌ تمایز قائل‌ شدند. آن‌ها اشاره‌ کردنـد کـه‌ سواد آمـاری‌ پایـه‌ای‌ بـرای‌ اسـتدلال‌ و تفکـر را فــراهم‌ می‌کنــد، و دانــش‌ آمــاری‌ پایــه‌، موجــب‌ ارائه‌ی‌ اسـتدلال‌های‌ آمـاری‌ و درک‌ اطلاعـات‌ آمــاری‌ می‌شــود. از نظــر بــن‌ زوی‌ و گارفیلــد، سواد آماری‌ شـامل‌ درک‌ و اسـتفاده‌ از مفاهیـم‌ پایــه‌ و ابزارهــای‌ آمــاری‌ اســت‌، در حــالی‌ کــه‌ اســتدلال‌ آمــاری‌ روشــی‌ اســت‌ کــه‌ مــردم‌ بــا ایده‌های‌ آمـاری‌ اسـتدلال‌ می‌کننـد و اطلاعـات‌ آماری‌ را درک‌ می‌کننـد. از سـوی‌ دیگـر، تفکـر آمــاری‌ نــسبت‌ بــه‌ اســتدلال‌ آمــاری‌ در رده‌ی‌ بــالاتری‌ از تفکــر قــرار دارد بــه‌ ایــن‌ معــنی‌ کــه‌ نیازمنــد تفکــر عمیق‌تــری‌ اســت‌ کــه‌ بــا درک‌ و اســتفاده‌ از ابــزار حرفــه‌ای‌ علــم‌ آمــار حاصــل‌ می‌شــود. بــن‌ زوی‌ و گارفیلــد، تفکــر آمــاری‌ را استفاده‌ی‌ اصولی‌ از مدل‌های‌ آمـاری‌، روش‌هـا و کاربردهـا در بررسـی‌ یــا حـل‌ مـسائل‌ آمــاری‌ می‌داننــد، ایــن‌ روش‌ تفکــر آماردانــان‌ حرفــه‌ای‌ است‌ که‌ بر اساس‌ اصول‌ پیشرفته‌ی‌ علـم‌ آمـار انجام‌ می‌شود.

**تفکر آماری و تفکر ریاضیاتی**

برای ورود به این بحث باید ابتدا تفکر ریاضی را تعریف کنیم و آن را بشناسیم:

تفکر ریاضی:

تفکر ریاضی‌، یکی‌ از مهم‌ترین‌ اهداف آموزش ریاضی‌ است‌ که‌ نقشی‌ اساسی‌ در ارتقای‌ یادگیری‌ مفهومی‌ بازی‌ می‌کند . برخی‌ از توصیف‌های‌ موجود از تفکر ریاضی‌ بر روشهای‌ حل‌ مسئله‌ تأکید می‌کنند، در حالی‌که‌ بعضی‌ دیگر، بر توسعه‌ درك مفهومی‌ ریاضی‌ تمرکز دارند (واتسون، ٢٠٠١). ولی‌ در هر دو صورت، تفکر ریاضی‌ به‌ عنون یکی‌ از انواع تفکر شناخته‌ می‌شود که‌ دارای‌ زبان خاص و ویژگی‌های‌ انتزاعی‌ منحصر به‌ فرد است‌. (زینی وند، 1394)اصطلاح تفکر ریاضی‌، دارای‌ معانی‌ متعدی‌ است‌مثلاً. برای‌ توصیف‌ فعالیت‌های‌ ذهنی‌ که‌ افراد از آنها آگاهی‌ کامل‌ ندارند (تفکر نیمه‌آگاهانه‌)، کارهای‌ روزانه‌ فرد که‌ به‌صورت مشخص‌ انجام می‌گیرد، کارهایی‌ که‌ نیازمند توجه‌ یا تلاش مستقیم‌اند، کارهایی‌ که‌ نیازمند توجه‌ بیشتر و نیازمند سطح‌ خاصی‌ از تجربه‌ هستند، همگی‌ جزء تفکر ریاضی‌ به‌ حساب می‌آیند (ماوسلی، ٢٠٠٥).از منظر نظریه‌پردازان آموزش ریاضی‌، فعالیت‌های‌ ذهنی‌ متنوعی‌ مانند مثال زدن، تخصیص‌ مسئله‌، تحلیل‌ منطقی‌، نمادسازی‌، تکمیل‌ کردن، حذف کردن، اصلاح کردن، مقایسه‌ کردن، مرتب‌ کردن، مشاهده الگوها، توضیح‌ دادن، دلیل‌ آوردن، راستی‌آزمایی‌ و قانع‌ کردن و رد کردن، همگی‌ می‌توانند ویژگی‌های‌ تفکر ریاضی‌ را مشخص‌ نمایند (میسن‌ و همکاران، ٢٠١٠).





شکل (2)، تفکر ریاضی (زینی وند، 1394)

در باب تعریف تفکر ریاضی نظریه های زیادی مطرح شده است . برای مثال، میر و هیگارتی‌ (١٩٩٦) که‌ رویکرد پردازش اطلاعاتی‌ به‌ تفکر ریاضی‌ دارند، ماهیت‌ حل‌ مسئله‌ ریاضی‌ را شامل‌ فرآیند شناختی‌ منطقی‌ می‌دانند و آن را ترجمه‌ یا بازنمایی‌ ذهنی‌ هر گزاره در مسئله‌های‌ ریاضی‌ معرفی‌ می‌کنند. در حقیقت‌ این‌ فرآیند شناختی‌، جرح و تعدیل‌ شده مدل چهار مرحله‌ای‌ حل‌ مسئله‌ پولیاست‌ که‌ در آن، مرحله‌ اول تشخیص‌ معنی‌ اولیه‌ هر گزاره در مسئله‌ و تلفیق‌ به‌ معنی‌ بازنمایی‌ ذهنی‌ موقعیت‌ توضیح‌ داده شده در مسئله‌؛ مرحله‌ دوم برنامه‌ریزی‌ یک‌ طرح برای‌ حل‌ مسئله‌؛ مرحله‌ سوم اجرا به‌ معنی‌ انجام طرح مثل‌ محاسبات است‌ و تنها به‌ مرحله‌ چهارم مدل پولیا که‌ دوباره نگری‌ است‌، اشاره نشده است‌.

**مقایسه تفکر آماری و تفکر ریاضیاتی**

اگر یک دوره آمار مقدماتی توسط معلم ریاضیات به جای معلم آمار تدریس شود ، برای بسیاری از افراد تعجب آور نخواهد بود. آمار اعداد است و اعداد اغلب در محاسبات ریاضی دخیل هستند. اما آیا آمار با ریاضیات یکسان است؟ مور (1988) در مقاله ای تحت عنوان "آیا ریاضی دانان باید آمار را آموزش دهند" ، بیش از 30 سال پیش به ما پاسخی بسیار ساده داد.خیر! آمار شاخه ای از ریاضیات نیست. این یک رشته جداگانه است که از ابزارهای ریاضی استفاده سنگین و اساسی می کند ، اما ریشه ، موضوع ، سوالات اساسی و استانداردهایی دارد که از ریاضیات متمایز است. درست است که بسیاری از متون پیشرفته و مقاله های تحقیقی در آمار از ریاضیات استفاده می کنند ، اما این موضوع گمراه کننده است.

مور (1988) مدعی شد که آمار رشته ای جدا از ریاضیات است. اولا ، آمار یک رشته است که از "جمع آوری داده های رسمی و غیر رسمی" توسعه یافته است ، نه ریاضیات. آمار از ریاضیات به عنوان یک زیر دامنه منشعب نشده است. آمار ، به عنوان یک رشته، روش هایی را برای سایر رشته ها برای برخورد با داده ها فراهم می کند. ثانیاً ، گرچه بسیاری از تحلیل های آماری از مدل های ریاضی استفاده می کنند ، اما فرایند استنباط یا "کمی سازی عدم قطعیت" از داده های آمار به شدت تحت تأثیر روش انتخاب، گردآوری داده ها و قضاوت محقق است. دانش آماری بر اساس "مفید بودن در مطالعه داده ها" رتبه بندی می شود تا "عمق ریاضی".سوم ، در حالی که آمار از ریاضیات برای پایه نظری خود استفاده می کند ، بسیاری از مفاهیم آماری به ندرت در زمینه ریاضیات به کار گرفته می شوند. اگر آمار و ریاضیات همان رشته ها هستند ، باید بین آنها "روابط متقابل" وجود داشته باشد. اگر ریاضی دانان نباید آمار را بدون داشتن تفکر آماری صحیح تدریس نمایند، روش درست تفکر در آمار چیست؟ در این بخش ، تفکر آماری و تفکر ریاضی بر اساس چندین جنبه متمایز می شوند: فرایند حل مسئله ، تنوع ، زمینه ، تولید داده ، نمایش داده ها و تفکر احتمالی

**مقایسه تفکر ریاضی و تفکر آماری با توجه به جنبه های فرایند حل مسئله ، تنوع ، زمینه ، تولید داده ، نمایش داده ها و تفکر احتمالی:**

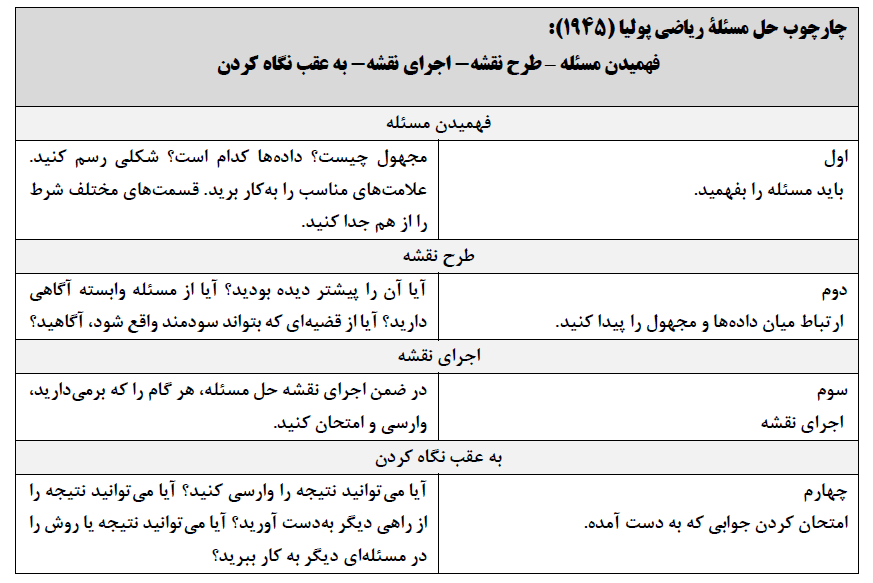
1. **تفکر ریاضی و تفکر آماری از جنبه حل مسئله:**

ریحانی و حق جو(1399)، مسئله را از دیدگاه برخی آموزشگران مطرح حوزۀ آموزش ریاضی به صورت زیر بیان می کنند:

جدول (4)، تعاریف مسئله و حل مسئله در ریاضی (ریحانی و حق جو، 1399)



پولیا (1945)، پس از کار با دانشجویان و بازتاب دادن تلاش آنها برای حل مسائل ریاضی، چارچوب خود را ارائه کرد( فهمیدن مسئله- طرح نقشه- اجرای نقشه- بازگشت به عقب) و سوالات و دستورالعمل هایی را برای هریک از این مراحل برای کمک به حل مسائل و به دست آوردن راه حل ارائه داد (ریحانی و حق جو، 1399).



جدول (5)،چارچوب حل مسئلۀ ریاضی پولیا (ریحانی و حق جو، 1399)

حال ببینیم حل مسئله آماری چه مراحلی دارد؟ در سال 1999 ، بر اساس بررسی های گسترده پیشین و مصاحبه های جامع با دانشجویان آمار و آمارشناسان ، وایلد و فانکوچ یک چارچوب چهار بعدی برای حل مسائل آماری پیشنهاد کردند.

شکل (3)، چرخۀ تحقیقPPDAC

**بعد اول**:

شامل چرخه تحقیقی است که چرخه PPDAC نیز نامیده می شود و در میان مسئله ، طرح ، داده ، تجزیه و تحلیل و نتیجه گیری تکرار می شود. افرادی که تجزیه و تحلیل آماری را انجام می دهند اغلب به این فکر می کنند که می خواهند چه چیزی را پیدا کنند ، چگونه می خواهند ادامه دهند و چرا تصمیم می گیرند این کار را انجام دهند. مرحله مسئله، این افکار مبهم را در قالب یک سوال آماری که می تواند با استفاده از داده ها پاسخ داده شود ، به صورت دقیق تر سازماندهی و فرموله می کند. مرحله برنامه ریزی یک روش علمی برای جمع آوری داده ها را که می تواند برای رسیدگی به سوالات آماری مورد استفاده قرار گیرد ، شناسایی و توجیه می کند. پس از جمع آوری ، سازماندهی مجدد و پاکسازی داده ها پس از مرحله داده ، در مرحله تجزیه و تحلیل، تجزیه و تحلیل می شوند. مرحله نتیجه گیری یافته ها را در جهت پاسخ به سوال آماری تفسیر می کند ، که ممکن است ایده ها یا اطلاعات جدیدی را ایجاد کند که می تواند تمام مراحل قبلی را اصلاح کند ، و در نتیجه در چرخه PPDAC به جلو و عقب حرکت کند.

**بعد دوم: انواع بنیان های تفکر آماری**

1-تشخیص نیاز به داده، 2- تبدیل عددی برای تسهیل درک(تغییر بازنمایی برای ایجاد درک): گرفتن اندازه ها از سیستم واقعی، تغییر بازنمایی های داده، پیام های ارتباطی در داده، 3-در نظر گرفتن تنوع: اندازه گیری و مدل سازی برای هدف پیش بینی، توضیح یا کنترل، توضیح و سروکارداشتن با استراتژی های بررسی، 4-استدلال با مدل های آماری، 5-تلفیق آماری و زمینه ای: اطلاعات، دانش ، مفاهیم

1. تشخیص نیاز به داده ها: تشخیص ناکافی بودن تجارب شخصی و شواهد ، منجر به تمایل به تصمیم گیری بر اساس داده های جمع آوری شده می شود.
2. تبدیل عددی برای تسهیل درک: اساسی ترین ایده در رویکرد آمار، یادگیری ، شکل گیری و تغییر بازنمایی داده ها از جنبه های یک سیستم است تا به درک بهتری از آن سیستم برسیم. تبدیل عددی برای تسهیل درک یک فرآیند پویا در تغییر بازنمایی هابرای ایجاد درک است.
3. تنوع: در تفکر آماری به معنای مدرن ، یادگیری و تصمیم گیری تحت عدم اطمینان است. بیشتر این عدم اطمینان ناشی از وجود تنوع در همه جا است.
4. استدلال با مدل های آماری: همه تفکرها از مدل ها استفاده می کنند. سهم اصلی رشته آمار در تفکر ، مجموعه متمایز مدل ها یا چارچوب های خاص آن بوده است. به طور خاص ، روش هایی برای طراحی مطالعه و تجزیه و تحلیل ایجاد شده است که از مدل های ریاضی که شامل اجزای تصادفی هستند نشأت گرفته است.
5. تلفیق دانش زمینه ای و دانش آماری: مواد اولیه ای که تفکر آماری روی آنها کار می کند دانش آماری ، دانش زمینه ای و اطلاعات موجود در داده ها است. خود تفکر ، تلفیق این عناصر برای تولید مفاهیم ، بینش ها و حدس ها است. بدون داشتن دانش زمینه نمی توان به تفکر آماری دست یافت. چشم انداز خشک و عاری از زمینه که بسیاری از نمونه های مورد استفاده در آموزش آمار در آن ساخته شده است ، اطمینان می دهد که تعداد زیادی از دانش آموزان هرگز حتی تفکر آماری را درک نمی کنند ، چه رسد به اینکه درگیر آن شوند.

**برنامه برای جمع آوری داده**

**سوالهای دقیق**

**سوالهای اصلی**

**ایده ها**

**دانش آماری**

**دانش زمینه ای**

شکل(4)، تلفیق دانش زمینه ای و دانش آماری

این شکل سیر تکاملی یک ایده را از ابتدای کار تا شکل گیری یک سوال آماری کاملاً دقیق انجام می دهد تا با جمع آوری داده ها پاسخ داده شود و سپس به یک برنامه عملی پاسخ دهد. مراحل اولیه تقریباً به طور کامل توسط دانش زمینه ای هدایت می شود. دانش آماری با متبلور شدن تفکر ، کمک بیشتری می کند. این شکل بیانگر رفت و آمد مستمر بین تفکر در حوزه زمینه و حوزه آماری است. این "در تمام مدت PPDAC ادامه دارد. به عنوان مثال ، در مرحله تجزیه و تحلیل ، سوالات توسط دانش زمینه ای پیشنهاد می شود که مستلزم در نظر گرفتن داده ها است - که به طور موقت ما را به حوزه آماری سوق می دهد - در نتیجه ویژگی هایی که در داده ها دیده می شوند ، ما را برای پاسخ به سوالات "چرا این اتفاق می افتد؟ " و این چه معنی ای می دهد؟ ، آماده می سازد."

**بعد سوم** :

چرخه پرسش را به تصویر می کشد که از طریق ایجاد ، جستجو ، تفسیر ، انتقاد و قضاوت تکرار می شود. این چرخه به عنوان یک چرخه فرعی برای هر جزء از چرخه PPDAC تلقی می شود و هر مرحله از تصمیم گیری را هدایت می کند.

شکل (5)، چرخۀ پرسش

**بعد چهارم**:

ویژگی های خوب متخصصان آمار را که به طور مثبت تفکر آماری را آغاز و تحت تأثیر قرار می دهند ، خلاصه می کند: شک ، تخیل ، کنجکاوی و آگاهی ، گشودگی فکر ، تمایل به جستجوی معنای عمیق تر ، منطقی بودن ، تعامل و پشتکار.

همچنین دستورالعمل های ارزیابی و آموزش در آموزش آمار (GAISE) ،(فرانکلین و همکاران ، 2020) هدف نهایی آموزش آمار را ارتقاء سواد آماری بیان می کند: بر اساس این گزارش ، سواد آماری به درک و استدلال با اطلاعات آماری روزانه در اطراف ما و نتیجه گیری های آماری معتبر یا اتخاذ تصمیمات آموزش دیده اشاره دارد. گزارش GAISE یک چارچوب مفهومی برای آموزش آمار را در دوازده سال تحصیل،برای ارتقاء متوالی سواد آماری در بین دانش آموزان برای رسیدن به این هدف پیشنهاد کرد.چارچوب حل مسئله آماری را به چهار مرحله تحقیقی ، بسیار شبیه به مدل PPDAC وایلد و فانکوچ (1999)تقسیم کرد.

**فرآیند حل مسئله آماری درگزارش** GAISE **به عنوان یک فرایند چهار مرحله ای:**

(1) فرموله کردن یک سوال تحقیق آماری (2) جمع آوری یا در نظر گرفتن داده ها ، (3) تجزیه و تحلیل داده ها ، و (4) تفسیر نتایج. این چهار مرحله اجزای اصلی را در یک تحلیل آماری معمولی ارائه می دهند. با این حال ، شبیه به حل مسائل ریاضی ، روند واقعی تجزیه و تحلیل داده ها لزوماً از ترتیب دقیق پیروی نمی کند.

به طور کلی، دو مرحله برای حل مسائل آماری وجود دارد:1- تدوین سوال ها و 2-جمع آوری داده ها. مطالعات جاری نشان می دهد که در این دو حوزه آموزش آمار ، کمبود تحقیق و آموزش وجود دارد.

اساس تحقیقات آماری بر این فرض استوار است که بسیاری از موقعیت های واقعی را نمی توان بدون جمع آوری و تجزیه و تحلیل داده های جمع آوری شده به درستی قضاوت کرد. شواهد یا تجربه شخصی ممکن است برای قضاوت و تصمیم گیری غیرقابل اعتماد و گمراه کننده باشد. بنابراین ، داده های جمع آوری شده به عنوان یک الزام اصلی برای قضاوت های معتبر در مورد موقعیت های واقعی در نظر گرفته می شود. هنگام فرموله کردن سوالات در حل مسائل آماری ، سوالات باید یک سوال آماری باشند که تغییر پذیری را در پاسخ ها انتظار دارد. هنگام جمع آوری داده ها ، فراگیران باید بدانند چه چیزی به طراحی آماری سالم کمک می کند و چه محدودیت هایی برای طرح کنونی وجود دارد (واتسون ، 2017).

حل مسائل ریاضی و حل مسائل آماری شامل تجزیه و تحلیل و تفسیر است. اما تحلیل و تفسیر در هر مورد متفاوت است. تمایل ریاضیات بر دقت قوانین ، خواص ، فرمولها و قضایای اعمال شده در یک روش یا مدل خاص است. در پایان ، حل مسائل ریاضی به دنبال الگویی است که از لحاظ نظری مسئله را به بهترین نحو حل کند (کاب مور ، 1997) و به پرسش "چرا" بپردازد (گروت ، 2013).داده های آماری عمدتا به تجزیه و تحلیل اکتشافی قبل از استنباط رسمی متکی هستند ، که می تواند آمار توصیفی ، تجسم داده ها و بحث غیررسمی الگوها و انحرافات قابل توجه مشاهده شده باشد (کاب مور ، 1997). تفسیر در تجزیه و تحلیل آماری متأثر از سوالات تحقیق تدوین شده ، داده های جمع آوری شده ، روش های اجرا شده ، مدل ریاضی کاربردی و اهمیت عملی دلالت دارد (گروت ، 2007).هدف نهایی حل مسائل آماری ، پرداختن به رفتار بلندمدت است (گروت ، 2013) و به دنبال الگویی معنادار به جای الگویی مناسب که ریاضیات اغلب می خواهد (کاب مور ، 1997). همانطور که جان توکی ، که از تجزیه و تحلیل داده های اکتشافی حمایت می کرد ، یکبار گفت: "یک پاسخ تقریبی به یک مسئلۀ مناسب بیشتر از یک پاسخ دقیق به یک مسئلۀ تقریبی ارزش دارد."

1. **تفکر ریاضی و تفکر آماری از جنبه تغییر پذیری و تنوع:**

در حالی که ریاضی دانان به دنبال پاسخی هستند که در میان دیگر ریاضی دانان مورد توافق باشد ، آمارشناسان در جستجوی یافتن ، درک ، اندازه گیری و تفسیر تنوع داده ها هستند. در واقع یک مفهوم کلیدی در حل مسائل آماری به وجود می آید: حضور تنوع در همه داده ها-درک اصلی در تفکر آماری.چارچوب گزارش GAISE(فرانکلین و همکاران ، 2020) انواع مختلف تنوع آماری را طبقه بندی کرد:1- تنوع اندازه گیری: تفاوت اندازه گیری های مکرر در یک فرد ، ناشی از سیستم اندازه گیری ناسازگار یا عدم قطعیت در اندازه گیری. 2- تنوع طبیعی: تفاوت بین افراد در حال اندازه گیری ، ناشی از متفاوت بودن افراد به صورت طبیعی است. 3-تنوع القایی: تفاوت بین افراد مشابه در حال اندازه گیری (معمولاً از طریق محیط کنترل شده) ناشی از قرار گرفتن افراد در معرض عوامل یا شرایط مختلف.4-تنوع نمونه گیری: تفاوت برآورد جامعه (به صورت نمونه) در بین نمونه های هم اندازه که از همان جامعه گرفته شده است ، ناشی از موضوعات متفاوت در آن نمونه ها.5- تنوع شانس: تفاوت در نتایج مشاهده شده از نمونه گیری مکرر و طراحی آزمایشی ، ناشی از فرایندهای مختلف نمونه گیری .این متغیرها سپس در سه سطح توسعه ای از یک فرایند حل مسئله آماری تعبیه می شوند:

• سطح A: در سطح ابتدایی ، حل مسئله آماری دانش آموزان به یک نمونه محدود می شود و بر تنوع اندازه گیری ، تنوع طبیعی و تنوع ناشی از افراد در نمونه تمرکز می کند.

• سطح: Bدر سطح متوسط ، حل مسائل آماری دانش آموزان با توجه به تنوع اندازه گیری ، تنوع طبیعی و تنوع ناشی از هر نمونه ، و همچنین تنوع ناشی از نمونه گیری ، به نمونه های متعدد گسترش می یابد.

• سطح C: در سطح پیشرفته ، حل مسائل آماری دانش آموزان با تعمیم نتایج ، مانند ایجاد یک مدل یا انجام آزمایش فرضیه و تفسیر تنوع ناشی از شانس ، از محدوده نمونه ها فراتر می رود. آنها به سوالاتی از قبیل اینکه مدل تا چه اندازه با داده ها مطابقت دارد یا اینکه آیا و چرا نتیجه از نظر آماری قابل توجه است ، پاسخ خواهند داد.

چارچوب GAISE توصیه می کند که آموزش آمار باید از این سه سطح توسعه ای پیروی کند. صرف نظر از سطح نمره ، همه فراگیران آمار باید از سطح A شروع کرده و به تدریج به سطوح بالاتر پیشرفت کنند. در سطح A ، دانش آموزان از راهنمایی معلم پیروی می کنند. در سطوح B و C ، دانش آموزان یاد می گیرند که چگونه آمار را کشف کرده و بیاموزند .

1. **تفکر ریاضی و تفکر آماری از جنبه زمینه:**

یکی دیگر از روشهای تشخیص آمار از ریاضیات ، زمینه است. در ریاضیات ، زمینه معمولاً به عنوان انگیزه ای برای ایجاد ارتباط بیشتر مسئله با دانش آموزان عمل می کند (دل ماس ، 2007). فردی که آمار را از نظر ریاضی درک می کند ، اغلب با تشخیص الگوها و نتیجه گیری کلی ، به طور انتزاعی دلیل می آورد. هنگام تجزیه و تحلیل داده ها در آمار ، فرد هرگونه حواس پرتی مانند داستان گذشته را حذف می کند ، کلمات را به نمادهای ریاضی ترجمه می کند و فرمول ها را برای به دست آوردن نتایج عددی اعمال می کند. نتایج نهایی معمولاً به عنوان قطعی و نهایی ذکر می شوند (کاب مور ، 1997). بر اساس ماهیت آمار ، فردی که آمار را از نظر آماری درک می کند ، با اذعان به "فراگیر بودن تنوع" در تجزیه و تحلیل داده ها و ارزیابی مداوم عقلانیت و دقت نتایج ، قدم فراتر می گذارد (فانکوچ، وایلد ، 2004). فرایند حل مسئله آماری آنها بستگی به ویژگی های زمینه دارد زیرا در انتخاب و ایجاد مدل های ریاضی مناسب هدایت می شود (دل ماس ، 2007). آنها به دنبال یافتن یک مدل مناسب برای نشان دادن مسئله و استخراج اطلاعات معنی دار از داده ها هستند (وایلد ، فانکوچ ، 1999).

1. **تفکر ریاضی و تفکر آماری از جنبه تولید داده:**

نحوه تولید داده ها در حل مسائل آماری مربوط به زمینه است، مثال زیر نشان می دهد که چگونه می توان از یک مدل ریاضی بدون توجه به نحوه جمع آوری داده ها استفاده کرد.

* آیا افزایش مقدار کلسیم در رژیم غذایی باعث کاهش فشار خون می شود؟ اعداد زیر کاهش فشار خون سیستولیک پس از 12 هفته را برای 21 فرد نشان می دهد. 10 نفر در گروه 1 مکمل کلسیم را به مدت 12 هفته مصرف کردند. 11 نفر از گروه 2 دارونما مصرف کردند. این فرضیه را آزمایش کنید که کلسیم تأثیری بر فشار خون ندارد.گروه 1 (کلسیم): 7، 4، 17، 17، 3-، 5-، 1، 10، 11، 2 و گروه 2 (دارونما): 1-، 12، 1-، 3-، 3، 5- , 5, 2,11-,1, 3- (کاب مور، 1997، ص 804)

این مسئله ممکن است شبیه یک تمرین معمولی در یک کتاب درسی آمار مقدماتی باشد. اما کاب و مور (1997) غیر از این تصور کردند. به عقیده آنها، شخصی که درگیر تفکر ریاضی است احتمالاً فکر می کند که این یکی دیگر از مسائل "ریاضی" معمولی در آمار است و برای نتیجه گیری روش محاسبات استاندارد را انجام می دهد. با این حال، شخصی که درگیر تفکر آماری است ممکن است بپرسد "داده ها از کجا آمده اند؟" مسئله به صراحت بیان نمی کند که آیا داده ها از یک آزمایش مقایسه ای تصادفی جمع آوری شده اند یا یک مطالعه مشاهده ای مانند یک نظرسنجی داوطلبانه.

1. **تفکر ریاضی و تفکر آماری از جنبه نمایش داده ها( تسهیل عددی یا فراشماری):**

وایلد و فانکوچ(1999) فراشماری را به عنوان یکی از انواع تفکر آماری اساسی در چارچوب چهار بعدی آن برای حل مسئله آماری معرفی کردند و آن را به عنوان "تحولات اعداد برای تسهیل درک" تعریف کردند (ص 227). برای توصیف فرآیند "تشکیل و تغییر نمایش داده های یک سیستم برای دستیابی به درک بهتر آن سیستم" (ص. 227)، که در تمام مراحل تجزیه و تحلیل آماری انجام می شود، استفاده می شود.

1. **تفکر ریاضی و تفکر آماری از جنبه تفکر احتمالی:**

احتمال، یک "اشتراک قابل توجه بین آمار و ریاضیات" (فرانکلین و همکاران،2020)، نه تنها در زمینه های فرعی ریاضیات مانند ریاضیات کاربردی و مدل سازی ریاضی بسیار مهم است (کاب مور، 1997)، بلکه برای درک آمار استنباطی (فرانکلین و همکاران، 2020). در بیشتر دوره های آمار مقدماتی در سطح دانشگاه، از احتمال استفاده می شود که رفتار بلندمدت یک جامعه را فقط بر اساس داده های جمع آوری شده از یک آزمایش خوب طراحی شده تحت یک فرض خاص پیش بینی می کند.

نتیجه: در این پژوهش ابتدا به تعاریف مطرح شده برای مفاهیم مهم آماری شامل سواد، استدلال و تفکر آماری پرداخته شد و تفاوت بین آنها به تفصیل بیان گردید. همچنین دو تفکر آماری و تفکر ریاضی از جنبه های فرایند حل مسئله، تنوع، زمینه، تولید داده، نمایش داده ها و تفکر احتمالی مقایسه شد. در بخش بررسی تفاوتها از جنبه حل مسئله به بیان نظریات آموزشگران معروف ریاضی و آمار پولیا و فنکوچ پرداخته شد. همچنین این جنبه از تفکر آماری از دیدگاه گزارش GAISE نیز بررسی گردید. توجه به موارد مطرح شده می‌توان نتیجه گرفت که آموزشگران آمار باید مفاهیم آماری را به خوبی شناخته و در جهت ارتقای آنها بکوشند، همچنین به این نکته توجه داشته باشند که آموزش آمار با آموزش ریاضی متفاوت است و تفاوت ها را در فرایند های یادگیری مد نظر قرار دهند. میزان پژوهش ها در این حوزه بسیار کم بوده و برای پیشرفت در این زمینه باید تحقیقات بیشتری انجام شود.

منابع:

ریحانی، ابراهیم، حق جو، سعید، (1399)، حل مسئلۀ ریاضی از نظریه تا عمل، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی

زینی وندنژاد، فرشته (1394)، تبیین‌ مفهومی‌ تفکر ریاضی‌: چیستی‌، چرایی‌ و چگونگی‌، دوفصلنامه‌ مطالعات برنامه‌ درسی‌ آموزش عالی‌

Anna Bargagliotti, co-chair (Loyola Marymount University); Christine Franklin, co-chair (American Statistical Association); Pip Arnold (Karekare Education New Zealand); Rob Gould (University of California at Los Angeles); Sheri Johnson (The Mount Vernon School); Leticia Perez (University of California at Los Angeles Center X); Denise A. Spangler (University of Georgia), Guidelines for assessment and instruction in statistics education (gaise) report,(2020)Principles Standards *and* *for* School Mathematics. The National Council of Teachers of Mathematics(2014).

Gal, I. 2002. Adult Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. International Statistical Review, 20: 2-24.

Garfield, J. (2002). Assessing statistical reasoning. Stat. Educ. Res. J., 2: 22–22.

Snell, L. and Finn, J. 2442. (1992)A Course Called Chance*. Chance*. 4: 22-26.

Shah, P., Mayer, R.E. & Hegarty, M. 2444.(1999). Graphs as aids to knowledge construction.

*Journal of Educational Psychology*. 42: 640-202.

Palvio, A. 2442. Dual coding theory: retrospect and current status(1991). *Canadian Journal of*

*Psychology*, 94: 244-22.

Garfield. J. and Dani Ben-Zvi. D. 2007. How Students Learn Statistics Revisited: A Current

Review of Research on Teaching and Learning Statistic. *International Statistical Review*. 2:

222–246

Garfield, J. (2003). Assessing statistical reasoning. Stat. Educ. Res. J., 2: 22–22.

Watson, J.M., & Moritz, J.B. 2001. Development of reasoning associated with pictographs: representing, interpreting, and predicting*. Educational Studies in Mathematics*,

92: 92-22.

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically:* (New Edition). Addison-Wesley London.

Moseley, D. (2005). *Frameworks for thinking: A handbook for teaching and* *learning:* Cambridge Univ Press.

Mayer, R.E., & Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. *The nature of mathematical thinking*, 29-53.

Moore, D. (1988). Uncertainty. In On the shoulders of giunts: new upprouches to numerucy, Ed. L. Steen, pp. 95-137.Washington, DC: National Academy Press.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical inquiry. International Statistical Review, 67(3), 223–265.Watson, J. M. (2017). Linking science and statistics: Curriculum expectations in three countries.International Journal of Science and Mathematics Education, 15(6), 1057–1073.

Cobb,G.W.,&Moore,D.S.(1997).Mathematics, statistics, and teaching.

*The Americanmathematical monthly*, *104*(9), 801–823.

Groth, R. E. (2013). Characterizing key developmental understandings and pedagogically powerful ideas within a statistical knowledge for teaching framework. *Mathematical Thinking and Learning*, *15*(2), 121–145.

Pfannkuch, M., & Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. In *The* challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking (pp. 17–46). Springer.

delMas, R., Garfield, J., Ooms, A., & Chance, B. (2007). Assessing students’ conceptual understanding after a first course in statistics. Statistics Education Research Journal, 6(2), 28–58. http://www.stat.auckland.ac.nz/\*iase/serj/SERJ6(2)\_delMas.pdf. Accessed 15 Sept 2011.

1. [anahitakomeijani@sru.ac.ir](mailto:anahitakomeijani@sru.ac.ir)، دانشجوی دکتری آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی [↑](#footnote-ref-1)
2. [e\_reyhani@sru.ac.ir](mailto:e_reyhani@sru.ac.ir)، دانشیارگروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی [↑](#footnote-ref-2)
3. [ehsan\_bahrami\_samani@yahoo.com](mailto:ehsan_bahrami_samani@yahoo.com)، دانشیار گروه آمار دانشگاه شهید بهشتی [↑](#footnote-ref-3)