تحلیل مودال پوسته های استوانه ای به هم متصل با استفاده از روش زیر سازه کردن

مهدی صالحی1\*، وحید حیدری2

1- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

2- دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

\* نجف آباد، صندوق پستی 8514143131، Mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir

چکیده

یکی از نیاز­های صنعت، تحليل ديناميكي سازه­ها برای پيش بيني پاسخ سازه­ها تحت بارهاي مختلف است. تحلیل مدل های کامل در بسیاری از کاربردها به دلیل پیچیدگی و حجیم بودن مدل بسیار مشکل و یا حتی غیرممکن است. در سال های اخیر استفاده از روش­های زیر سازه کردن برای تحلیل مودال سازه­های بزرگ رایج شده است. در این روش ها، زیرمجموعه های سازه تحلیل شده و توسط تکنیک هایی با یکدیگر ترکیب می شوند تا نتایج کل سازه حاصل گردد. از بهترین و دقیق ترین روش­های زیر سازه کردن برای آنالیز مودال یک سازه، روش سنتز مودها می­باشد. در این پژوهش از روش سنتز مودها برای آنالیز مودال پوسته های استوانه ای استفاده شد. ابتدا برای بررسی این روش از سیستم­های گسسته استفاده و در سیستم­های گسسته با یک نقطه سطح مشترک ثابت، روش سطح مشترک آزاد انجام شد. سپس این روش در سیستم­های گسسته با چند نقطه مشترک صورت گرفت. در نهایت روش ترکیب مودهای مولفه ها بر روی پوسته استوانه ای پیاده سازی گردید. نتایج حاصل از روش سنتز مودها با نتایج تحلیل سازه یکپارچه مورد مقایسه قرار گرفه است. نتایج بدست آمده دقت این روش را اثبات می نماید.

**کلی**د‌واژگ**ان**

آنالیز مودال، زیر سازه کردن، سنتز مودها، پوسته های استوانه ای

Modal analysis of interconnected cylindrical shells using the sub-structuring method

Mehdi Salehi1\*, Vahid Heidari1

1- Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

\* P.O.B. 8514143131 Najafabad, Iran, [mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir](mailto:mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir)

Abstract

One of the needs of the industry is the dynamic analysis of structures to predict the response of structures under different loads. Analysis of complete models in many applications is difficult or even impossible due to the complexity and size of the model. In recent years, the use of sub-structuring methods for modal analysis of large structures has become common. In these methods, the subunits of the structure are analyzed and combined with techniques to obtain the results of the whole structure. One of the best and most accurate sub-structuring methods for modal analysis of a structure is the method of mode synthesis. In this study, the mode synthesis method was used for modal analysis of cylindrical shells. In order to investigate this method, discrete systems were firstly used with a fixed common interface point. This method was then applied to discrete systems with several common points. Finally, the method of combining component modes was implemented on a cylindrical shell. The results of the mode synthesis method are compared with the results of integrated structural analysis. The results prove the accuracy of this method.

Keywords

Modal Analysis, Sub-structuring, Mode Synthesis, Cylindrical Shell

1. مقدمه

تحليل ديناميكي سازه­ها با روش­هایی مانند آنالیز مودال، به منظور پيش بيني پاسخ سازه­ها تحت بارهاي مختلف مورد نیاز صنایع مي­باشد. در روش های کلاسیک آنالیز مودال سازه های بزرگ و یا چند تکه، اندازه بزرگ سازه­ها، وزن بالا و هزینه ی بالای انجام آزمایش از جمله معایب و مشکلات این روش­ها می­باشند. در سال های اخیر استفاده از روش های زیر سازه کردن برای تحلیل مودال سازه­های بزرگ مرسوم شده است. از بهترین و دقیق ترین روش­های زیر سازه کردن برای آنالیز مودال یک سازه، روش سنتز مودها می­باشد. هدف اصلی استفاده از این روش، کاهش هزینه های محاسباتی و انجام آزمایش مودال سازه های بزرگ و چند تکه است. روش­هاي سنتز مودها يا تركيب مؤلفه ها بطور گستردهاي در تحليل ديناميكي سازه‌ها در دهه­هاي اخير توسعه يافته و مورد استفاده قرار گرفته است. در حالت كلي يك سازه پيچيده مي­تواند از تركيب زير سازه­هاي مختلفي تشكيل شود كه ابتدا هريك از آنها بايد بطور جداگانه و مستقل تحليل شود. در اين روش، پاسخ كل سازه از مونتاژ كردن نتايج تحليل تك تك زير سازه ها بدست مي­آيد. از مهمترين فوايد اين روش اين است كه هر جز مي تواند بطور مستقل طراحي شود. تقسيم سازه به زيرسازه­ها امكان تحليل موازي روي قسمت­هاي مختلف سازه توسط چند تحليل­گر را بطور همزمان فراهم مي­سازد. تحليل­گرها مي­توانند مرتبه زيرسازه­هاي مورد استفاده در سازه كل را كاهش دهند، به اين­صورت كه تنها مودهايي از اجزاء در نظر گرفته مي­شود كه روي پاسخ كل سازه اثر مهمي داشته باشند[1-4]. از سال 1961 تا كنون مطالعات و فعاليت­هاي بسياري در زمينه روش سنتز مودها انجام شده است. روش جفت ­شدگي ايمپدانس براي بسياري از مسائل ديناميكي كاربرد دارد، در این زمینه تحقیقات گسترده­ای انجام گرفته است [5-13]. ماتريس پاسخ فركانسي اجزا اندازه­گيري شده نزديك نقطه رزنانس، ناسازگار (دترمينان نزديك صفر) هستند؛ بخصوص وقتي كه ميرايي سيستم كم باشد، اگر خطا در پاسخ فركانسي در نزديكي چنين جايي باشد، خطاهاي عددي در طي فرايند جفت­ شدگي رخ داده و منجر به نتايج بدون معني مي­شوند. هرو و لوتس [14] اين مسئله را از طريق فيلتر كردن عناصر ماتريس پاسخ فركانسي حل نمودند. راه­هاي ديگري در كارهاي ایونس [15]، گلییسون [16] و راب [17] ارائه شده است، به­گونه اي كه ناسازگاري با استفاده از تحليل مودال داده­هاي خام و سپس با استفاده از پاسخ فركانس­هايي كه مجدداً براي بازيابي و بهبود داده ها ساخته شده­اند برطرف مي­شود. روش ديگر جفت ­شدگي، روش جفت ­شدگي مودال است. در این روش برخلاف روش­هاي ايمپدانس كه كاهش مرتبه را روي درجات آزادي اعمال مي كردند، اين روش­ها، كاهش مرتبه را روي تعداد مودهايي كه مدل مربوطه را تشريح مي­كنند اعمال و از تمامي درجات آزادي فيزيكي استفاده مي­نمايند. اساساً دو روش جفت ­شدگي مودال وجود دارد كه طبق شكل جابجايي ديناميكي كه براي ساختن مودهاي طبيعي استفاده مي­شود، متفاوت با يكديگرند. اين روش ها شامل روش­های سطوح مشترك ثابت و روش سطوح مشترك آزاد می­باشد. در روش سطوح مشترک ثابت، مودهاي الاستيك وابسته به سطوح مشترك ثابت اجزا بررسي مي­شوند در حاليكه در روش سطوح مشترک آزاد، مودها با فرض ارتعاش اجزا در شرايط آزاد بررسي مي­شوند. ايده اصلي براي روش سطوح مشترك ثابت براساس روش استاتيكي پرزمینسکی [18] در سال 1963 استوار مي­باشد. در اين روش مستقيماً از المان محدود با جابجايي كلي براي اجزا كه از برهم نهي جابجايي با سطوح مشترك آزاد و ثابت بدست مي­آيد، استفاده مي­شود. در سال 1965 هرتی [19] روش مود نرمال يا روش سنتز مودها را پيشنهاد كرد. در اين زمان وي روي سيستم­هاي ديناميكي فعاليت نمود و خواص الاستيك اجزا را به همراه خواص جرمي آنها بررسي كرد. کرایگ و بامپتون [20]، فرمول­هاي روش هرتی [19] را با ساده سازي در انتخاب مودها براي ماتريس تبديل، اصلاح كردند. در روش سطوح مشترك آزاد مودهاي طبيعي لازم براي ماتريس تبديل، آن مودهايي هستند كه از ارتعاشات زير سيستم­ها با شرايط كاملاً آزاد بدست آمده­اند كه از ساده­ترين شرايط به منظور شبيه سازي شرايط آزمایش بوده و يك روش تركيبي جالب از تحليل تئوري و تجربي سيستم ديناميكي می­باشد. گلادول [21] و گلدمن [22] و از مودهاي سطوح مشترك آزاد در كارهايشان استفاده نموده­اند و اين روش را تحليل مود شاخه­اي ناميده­اند. در برخي از مطالعات دیگر نیز صراحتاً به اين نكته اشاره شده است كه استفاده از روش­هاي سطوح مشترك آزاد نسبت به سطوح مشترك ثابت از دقت بسيار كمتري برخوردار مي­باشد [23-26].

در این تحقیق نمونه اصلی مورد بررسی پوسته­ی استوانه­ای شکل می­باشد که با اجرای روش سنتز مودها امکان انجام آزمایش و تحلیل نمونه­های بزرگ و چند تکه پوسته استوانه ای شکل فراهم خواهد شد. لذا سعی شده است تا نتایج آزمایش مودال در حالت واقعی با وجود محدودیت در تعداد نقاط اندازه گیری و همچنین تعداد مودهای مورد استفاده، با استفاده از کد المان محدود شبیه سازی شود. دراین مطالعه از روش سنتز مودها با سطوح مشترک آزاد، برای تحلیل مودال استفاده می شود. به منظور بررسی این روش، ابتدا تحلیل مودال سیستم های گسسته انجام خواهد شد. در این تحلیل سیستم گسسته به چند قسمت تقسیم و با فرض استفاده کامل از تمام شکل مودها، آنالیز مودال انجام می شود. سپس از این روش برای بررسی سیستم­های پیوسته استفاده می شود. در سیستم های پیوسته دسترسی به تمام شکل مودها (بی نهایت) امکان­پذیر نیست و لذا کاهش تعداد شکل مودها در این بخش بررسی می شود. بعد از بررسی مدل تیر، مدل ورق بررسی می­شود.در پایان این روش یک نمونه پوسته استوانه ای شکل مدل شده در نرم افزار متلب پیاده سازی شده و میزان خطای این روش بررسی می شود. برای براستی آزمایی روش سنتز مودها، نتایج حاصل از این روش با نتایج مودال سازه یکپارچه در هر مرحله (تیر، ورق و استوانه) مقایسه و خطای حاصل بررسی خواهد شد.

2- تئوری سنتز مودها

در بین روش­های زیر سازه­کردن، روش سنتز مودها نسبت به سایر روش­ها در کاربردهای عملی و صنعتی مرسوم تر است. چرا که نیازی به داده های مدل عددی نداشته و تنها از خواص مودال استفاده می­کند. همچنین نسبت به نویز پایداری مناسب­تری دارد. و هزینه محاسباتی پایین و سهولت انجام آن از دیگر مزایای این روش است. در بین دو روش سطوح مشترک آزاد و ثابت، روش سطوح مشترک آزاد نسبت به نویز پایدار تر بوده و همچنین نیازی به ماتریس جرم و سفتی ندارد لذا در این فعالیت این روش مورد انتخاب بوده است. در روش سطح مشترک آزاد، ابتدا شکل مودهای هر زیر سازه استخراج می­شود. با استفاده از درجات آزادی سطوح مشترک این شکل مودها، توابع تبدیل مورد نیاز استخراج شده و ماتریس جرم و سفتی معادل سیستم اصلی بدست می­آید. با حل مقدار ویژه این ماتریس ها، می توان شکل مودها و فرکانس­های طبیعی سیستم اصلی را بدست آورد. و درآخر با استفاده از تبدیل معکوس، شکل مودها در مختصات اصلی مودال برای سازه اصلی بدست می­آید. همچنین از اثرات مودهای باقیمانده صرف نظر شده است. دو زیرسازه نامیرای Aو B را درنظر گرفته که به صورت صلب به یکدیگر متصل هستند. درجات آزادی هر زیرسازه، به درجات آزادی داخلی i و درجات آزادی مرزی c دسته بندی می­شوند. معادله تعادل هر زیرسازه در حوزه فیزیکی با فرض آن که به درجات آزادی داخلی، نیرویی وارد نمی­شود به صورت معادله (1) است.

|  |  |
| --- | --- |
| (1) |  |

برای هر زیرسازه، مودهای نرمال با قرار دادن نیروهای مرزی fc، برابر با صفر و حل معادله مقدار ویژه معادله (2) محاسبه می­شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (2) |  |

با فرض آنکه مودها نسبت به جرم نرمال شده اند و با توجه به خاصیت تعامدشان نسبت به جرم و سفتی نتیجه می­شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (3) |  |

به وسیله این شکل مودهای متعامد، می­توان هر بردار جابجایی در فضای فیزیکی را به فضای مودال منتقل­کرد. به مختصات جدید، مختصات مودال یا مختصات تعمیم یافته گفته می­شود. مؤلفه های آن عبارتند ازضرایب شکل مودهای تشکیل دهنده ترکیب خطی بردار جابجایی مطابق با رابطه (4):

|  |  |
| --- | --- |
| (4) |  |

اگر m تعداد تمامی مودها باشد،رابطه (4) کاملا دقیق است اما اگر k مود اول در نظر گرفته شود جواب برای هر زیر سازه به صورت تقریب رابطه (5) خواهد بود:

|  |  |
| --- | --- |
| (5) |  |

بنابراین معادله حرکت کل سازه را برای دو زیرسازه جدا ازهم A و B می­توان به صورت رابطه (6) نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
| (6) |  |

با نوشتن شرایط تعادل نیرویی و جابجایی می­توان دو زیرسازه را به یکدیگر متصل نمود. این شرایط عبارتنداز:

|  |  |
| --- | --- |
| (7) |  |

در فضای مودال می­توان به صورت رابطه (8) بیان کرد:

|  |  |
| --- | --- |
| (8) |  |

سپس برای کاهش بیشتر ماتریس S به دو قسمت دسته بندی می­شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (9) |  |

که Sd یک ماتریس مربعی غیر تکین و Si قسمت باقیمانده ماتریس S است. بنابراین می­توان نوشت [23]:

|  |  |
| --- | --- |
| (10) |  |

3- مدل سازی و بررسی سیستم های پیوسته

در این بخش به بررسی عملکرد روش سنتز مودها در سیستم­های پیوسته پرداخته می­شود. تفاوت عمده سیستم­های گسسته و پیوسته در درجات آزادی مورد استفاده در محاسبات است. لذا انتظار می­رود که پس از گسسته­سازی یک سیستم پیوسته، روش سنتز مودها از آنجایی که نمی تواند از بی­نهایت شکل مود در محاسباتش استفاده کند دچار خطا شود. روش بررسی عملکرد سنتز مودها بدین صورت است که ابتدا با استفاده از کد المان محدود، خواص مودال سازه یکپارچه یا اصلی استخراج شده و با نتایج حاصل از ترکیب خواص مودال زیر سازه­ها که آنها هم از کد المان محدود بدست آمده­اند، مقایسه می­شود.

3-1- روش سنتز مودها در نرم افزار متلب به وسیله کد گسترش یافته برای پوسته استوانه ای

نکته­ای که ذکر آن مهم است این است که در فرآیند روش سطح مشترک آزاد باید از ماتریس معکوس گرفته شود. در ورق ها این ماتریس اغلب تکین[[1]](#footnote-1) می­شود. این پدیده باعث می­شود که خطای محاسبات بسیار افزایش یابد. برای جلوگیری از این پدیده از روش تجزیه انحصاری[[2]](#footnote-2) استفاده شده است. این روش در محاسبه معکوس ماتریس عملکرد خوبی دارد. در این مطالعه، دو پوسته استوانه ای فولادی به طول یک متر و ضخامت ده میلیمتر و شعاع ۱۰ سانتیمتر بررسی می گردند. برای اعمال روش سنتز مودها هر یک از پوسته های استوانه ای را به صورت جداگانه آنالیز مودال می­کنیم و با استفاده از روش سنتز مودها آنالیز مودال دو پوسته استوانه ای به هم پیوسته را نیز انجام می­دهیم. جهت بررسی میزان صحت نتایج با آنالیز مودال پوسته استوانه ای به طول دو متر را انجام می­دهیم و با نتایج سنتز مودها مقایسه می­کنیم. این کار با دو شبکه بندی تکی و 11در21 انجام شده است.

3-1-1- شبکه بندی تکی

در این قسمت پوسته استوانه ای با یک المان در طول استوانه شبکه بندی شده است (شکل 1 و 2). همانطور که مشاهده می­شود گره­های ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ از پوسته استوانه ای پایینی با گره­های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و۵ و۶ و۷ و ۸ از پوسته استوانه ای بالایی به هم متصل می­شوند. نتایج روش سنتز مودها با دو پوسته استوانه ای فوق با نتایج پوسته استوانه ای به طول دو متر شکل زیر مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می­شود نتایج صحت عملکرد روش سنتز مودها را نشان می دهد و اختلاف بین این دو ناشی از تکین شدن ماتریس است که برای جبران آن از روش تجزیه انحصاری استفاده شده است.



|  |
| --- |
| **Fig. 1** Two cylindrical shells interconnected through one element |
| **شكل 1** دو پوسته استوانه ای به یکدیگر وصل شده با یک المان |



**Fig. 2** A two meters cylindrical shell discretized by two elements

**شكل 2** یک پوسته استوانه ای به طول دو متر با دو المان

**جدول 1** روش سنتز مودها در پوسته استوانه ای با یک المان در طول

Table 1 Investigation of modes synthesis in cylindrical shell with one element in length

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ردیف | فرکانس طبیعی از حل المان محدود ورق یکپارچه (kHz) | فرکانس طبیعی از روش سنتز مودها (kHz) | اختلاف بر حسب درصد |
| 1 | 370/1 | 371/1 | 021/0 |
| 2 | 127/2 | 154/2 | 269/1 |
| 3 | 505/2 | 576/2 | 837/2 |
| 4 | 014/3 | 920/2 | 138/3 |
| 5 | 230/3 | 272/3 | 315/1 |

3-1-1- تکی شبکه بندی ۱۱×۱۲

روند قبل با ماتریس ۱۱ × ۱۲ شبکه بندی شد(شکل های3 و4). نتایج این تحلیل در جدول (2) آمده است. همانطور که مشاهده می­شود با افزایش تعداد المان ها روش سنتز مودها دقیق­تر است و به غیر از مود شماره ۵ سایر مودها قابل قبول هستند. بنابراین روش سنتز مودها جهت آنالیز مودال در پوسته استوانه ای روشی قابل قبول است. با افزایش تعداد المان ها مقدار خطای روش سنتز مودها کاهش می­یابد زیرا با افزایش تعداد المان ها تعداد مودهای مورد استفاده بیشترمی­شوند. میانگین خطای این روش برای تعداد المان های مختلف در جدول (3) ارائه شده است. همانطور که مشاهده می­شود میزان میانگین خطا با افزایش استفاده از المان های طولی بیشتر در فرآیند سنتز مودها کاهش می­یابد. این پدیده برای هر یک از شکل مودهای مختلف قابل اجرا است.



**Fig. 3** Two cylindrical shells are connected to each other by a 6\*11 2-meter cylindrical shell with two elements

**شكل 3** دو پوسته استوانه ای به یکدیگر وصل شده با ۱۱×۶ المان پوسته استوانه ای به طول دو متر با دو المان



**Fig. 4** A two meters cylindrical shell discretized by 12\*11 elements

**شكل 4** یک پوسته استوانه ای با ۱۱×۱۲ المان

**جدول 2** بررسی روش سنتز مودها در پوسته استوانه ای با شش المان در طول

Table 2 Investigation of modes synthesis in cylindrical shell with six elements in length

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ردیف | فرکانس طبیعی از حل المان محدود ورق یکپارچه (kHz) | فرکانس طبیعی از روش سنتز مودها  (kHz) | اختلاف بر حسب درصد |
| 1 | 174/4 | 189/4 | 358/0 |
| 2 | 198/4 | 203/4 | 116/0 |
| 3 | 320/4 | 343/4 | 538/0 |
| 4 | 723/4 | 722/4 | 027/0 |
| 5 | 814/4 | 859/4 | 909/0 |

**جدول 3** خطای روش سنتز مودها بر حسب تعداد المان (مود) به کار رفته در محاسبات

Table 3 Error in the method of synthesis of modes in terms of the number of modes used in the calculations

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ردیف | تعداد المان طولی | میانگین خطا (درصد) |
| 1 | دو المان | 1.7 |
| 2 | هفت المان | 1.05 |
| 3 | دوازده المان | 0.4 |
| 4 | پانزده المان | 0.2 |

4- نتیجه گیری

در این پژوهش به بررسی روش سنتز مودها بر روی پوسته استوانه ای پرداخته شد. بدین منظور روش ترکیب مودهای مؤلفه‌ها (سنتز مودها) برای آنالیز مودال پوسته های استوانه ای به کار برده شد. ابتدا برای پیاده سازی این روش از سیستم های گسسته استفاده شد و در سیستم های گسسته با یک نقطه سطح مشترک ثابت، روش سطح مشترک آزاد پیاده سازی شد. سپس این روش در سیستم های گسسته با چند نقطه مشترک پیاده‌سازی شد. در این سیستم تعداد نقاط اتصال افزایش می­یابد و همین پدیده باعث افزایش خطای روش می­گردد. جهت کاهش خطای این روش در معکوس‌گیری ماتریس از روش تجزیه انحصاری استفاده شده است. روش ترکیب مودهای مولفه ها بر روی پوسته استوانه ای پیاده سازی شد و نتایج آن دقت این روش را نشان می­دهد. بنابراین روش ترکیب مودهای مولفه ها روشی قابل اطمینان جهت پیاده سازی بر روی سازه های مختلف از جمله سازه پوسته استوانه ای است. البته با تدوبن این روش هزینه های انجام تست کاهش یافته و حجم محاسباتی بسیار کمتر خواهد بود.

5- مراجع

1. Banerjee J.R., Ananthapuvirajah A. (2019), Coupled axial-bending dynamic stiffness matrix for beam elements, Computers & Structures, 215, pp. 1-9. DOI: 10.1016/j.compstruc.2019.01.007
2. Wu W-H., Wang S-W., Chen C-C., Lai G. (2018), Modal parameter identification for closely spaced modes of civil structures based on an upgraded stochastic subspace methodology, Structure and Infrastructure Engineering, 15(3), pp. 296-313. DOI: 10.1080/15732479.2018.1547770
3. Sainsbury, M.G.; Ewins, D.J (1973), “Vibration Analysis of Damped Machinery Foundation Structure Using Dynamic Stiffness Coupling Technique” A.S.M.E. Paper, 73-DET-136.
4. Klosterman, A.L. (1972), “A Combined Experimental and Analytical Procedure for Improving Automotive System Dynamics” S.A.E. Paper No. 720093.
5. Ewins, D.J.; Silva, J.M.M.; Maleci, G. (1980), “Vibration Analysis of a Helicopter Plus an Externally-Attached Structure” Shock and Vibration Bulletin, 50 (1-2).
6. Hunter, Jr, N.F.; Otts, J.V. (1972), “The Measurement of Mechanical Impedance and Its Use in Vibration Testing” Shock and Vibration Bulletin, 142 (l).
7. Heer, E., Lutes, L.D. (1968), “Application of the Mechanical Receptance Coupling Principle to Spacecraft Systems” Shock and Vibration Bulletin, 38 (2), 1968
8. Gibanica M., Abrahamsson, T. J. S., Rixen, D. J. (2017), “Reduced interface component mode synthesis method using coarse meshes”, Procedia Engineering, 199, pp. 348–353. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.09.031
9. Flippen Jr, L. D. (1994), “Current dynamic substructuring methods as approximations to condensation model reduction”, Computers & Mathematics with Applications, 27(12), pp. 17-29. DOI: 10.1016/0898-1221(94)90082-5
10. Curassale, L., Mauriei M. (2018), “Interface Reduction In Craig-Bampton Component Mode Synthesis By Orthogonal Poly nomial Series”, ASME, American socity of mechanical engineering, 140(5): 052504. DOI: 10.1115/1.4038154
11. Lee, J., Cho, M. (2017), “An interpolation-based parametric reduced order model combined with component mode synthesis”, Computer method in Applied Mechanics and Engineering, 319, pp. 258-286. DOI: 10.1016/j.cma.2017.02.010
12. Kim, J., Boo, S-H., Lee, P-S. (2017), “Cousidering the higher-order effect of residual mode in the craig-Bampton method”, AIAA journal, 15(1). DOI: 10.2514/1.J055666
13. Md Razali K.A., Samin R., As’arry A., Jalil N.A.A. (2019), Predicting the Dynamic Stiffness of a Glove Material using Mechanical Impedance Model, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1262 (2019) 012028, DOI:10.1088/1742-6596/1262/1/012028
14. Lutes, L.D., Heer, E. (1968), “Receptance Coupling of Structural Components Near a Component Resonance Frequency”, Jet Propulsion Laboratory Report.
15. Ewins, D.J. (1985), “Modal Test Requirements for Coupled Structure Analysis Using Experimentally-derived Component Models”, Joint ASME/ASCE Applied Mechanics Conference, Albuquerque, New Mexico.
16. Gleeson, P.T. (1979), “Identification of Spatial Models for the Vibration Analysis of Lightly-Damped Structures” Ph.D. Thesis, Imperial College, University of London, 1979
17. Imregun, M.; Robb, D.A.; Ewins, D.J. (1988), “Structural Modification and Coupling Dynamic Analysis Using Frequency Response Data”, 5TH International Modal Analysis Conference. Journal of Vibration and Acoustics, 110(2). DOI: 10.1115/1.3269511
18. Przemieniecki, J.S. (1963), “Matrix Structural Analysis of Substructures” AIAA Journal, 1(l). DOI: 10.2514/3.1483.
19. Hurty, W.C. (1965), “Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes” AIAA Journal, 3(4). DOI: 10.2514/3.2947
20. Craig, R.R.; Bampton, M.C.C. “Coupling of Substructures for Dynamic Analysis” AIAA Journal, 6(7). DOI: 10.2514/3.4741
21. Gladwell, G.M.L. (1964), “Branch-Mode Analysis of Vibrating Systems”, Journal Sound and Vibration, 1(1), pp. 41-59. DOI: 10.1016/0022-460X(64)90006-9.
22. Goldman, R.L. (1969), “Vibration Analysis by Dynamic Partitioning”, AIAA Journal, 7(6), DOI: 10.2514/3.5290
23. Hou, S. (1969), “Review of Modal Synthesis Techniques and a New Approach” Shock and Vibration Bulletin, 40(4-5).
24. Craig, R.R. (1977), “Methods of Component Mode Synthesis” Shock and Vibration Digest, 9.
25. Nelson, F.C. (1979), “A Review of Substructure Analysis of Vibrating Systems” Shock and Vibration Digest, 1(1).
26. Hosseini Kordkheili, S. A., Momeni Massouleh, S. H., (2013), “Application of singular value decomposition in component mode synthesis with experimentally approach”, The Journal of Solid and Fluid Mechanics, 2(4), pp. 1-14. DOI: 10.22044/JSFM.2013.155

1. singular Matrix [↑](#footnote-ref-1)
2. Singular-value decomposition (SVD) [↑](#footnote-ref-2)