ترك‌هاي طولي چندتايي در استوانه توخالي هدفمند تحت فشار داخلي

سيد سجاد حجازي ركاوندي1، سيد مهدي نبوي2\*

1- كارشناس ارشد، مهندسي هوافضا، دانشگاه صنعتي مالك‌اشتر، تهران

2- استاديار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتي مالك‌اشتر، تهران، ايران

\* تهران، صندوق پستی 143/14665، nabavi@mut.ac.ir

چکیده

در اين مقاله استوانه هدفمند حاوي چندين ترك طولي سرتاسري با استفاده از روش اجزاء محدود تحليل شده است. استوانه از دو جنس پايه‌ي اكسيد آلومينيوم در سطح داخلي و تيتانيوم كاربيد در سطح خارجي خود ساخته شده است. نوع تغيير خواص به صورت پيوسته و با استفاده از مدل تواني بازاي ضرايب ناهمگني بيشتر از يك مدل شده و تغييرات مدول الاستيسيته و ضريب پوآسون به صورت همزمان در نظر گرفته شده است. براي مدلسازي ماده‌ي هدفمند از كدنويسي در سابروتين USDFLD در نرم‌افزار آباكوس و به صورت دو بعدي استفاده شده است. كدنويسي در اين نرم‌افزار امكان تحليل هر نوع ماده‌ي هدفمند را ميسر ساخته است. به منظور صحت‌سنجي در حالت خاص بارگذاري و توزيع خواص نتايج با نتايج مقاله‌ موجود مقايسه شده كه از دقت بالايي برخوردار است. تعداد ترك‌هاي طولي به صورت چهار حالت دو، چهار، شش و هشت ترك با زواياي مساوي در نظر گرفته شده است. نتايج حاصل از تحليل استوانه تحت فشار در قالب چهار پارامتر ضريب ناهمگني ماده‌ي هدفمند، تعداد ترك، نسبت شعاع استوانه و عمق نسبي ترك ارائه شده است. نتايج نشان مي‌دهد كه در ميان حالات چند تركي، حالت دو تركي نسبت به ساير حالات بحراني‌تر است و نيز تغيير ضريب ناهمگني اثر كمي روي مقادير ضرايب شدت تنش مي‌گذارد.

**کلی**د‌واژگ**ان**

استوانه مدرج تابعي، چندين ترك طولي، روش اجزاء محدود، ضريب شدت تنش

Multiple axial cracks in a functionally graded hollow cylinder due to internal pressure

S. S. Hejazi Rekavandi1, S. M. Nabavi1\*

1- Department of Aerospace Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14665-143 Tehran, Iran, [nabavi@mut.ac.ir](mailto:nabavi@mut.ac.ir)

Abstract

In this paper, a functionally graded cylinder with multiple fully axial cracks has been analyzed using the finite element method. The cylinder is made of two basic materials including aluminum oxide on the inner surface and titanium carbide on the outer one. The type of change of properties is continuously modelled using a power-law function for non-homogeneity factor more than one and variation of the elastic modulus and Poisson ratio are considered simultaneously. USDFLD subroutine coding in ABAQUS software was employed to model the functionally graded material and two-dimensional model was used. The coding in this software makes it possible to examine any kind of functionally graded material. The results have compared with those of an available literature for special case of loading to verify the finite element modelling, in which very good agreement has been found. The number of axial cracks is considered as four categories of two, four, six and eight cracks with equal angles. The results of the pressurized cylinder analysis are presented in the form of four parameters of the non-homogeneity factor of functionally graded materials, the number of cracks, the cylinder radius ratio and the crack relative depth. The results show that the two-crack model is more critical than the other multi crack ones and also the variation of non-homogeneity factor has little effect on the values of the stress intensity factor.

Keywords

Functionally Graded Cylinder, Multiple Axial Cracks, Finite Element Method, Stress Intensity Factor

1. مقدمه

مواد هدفمند يا مواد مدرج تابعي به دليل ويژگي خاص خود مورد توجه صنايع مختلف از جمله هوافضا و بيوپزشكي مي‌باشند. اين مواد از تركيب دو ماده پايه (كه مكمل خواص يكديگر مي‌باشند) به گونه‌اي تشكيل شده‌اند كه خواص در يك جهت به صورت پيوسته از يك جنس به جنس ديگر تغيير پيدا مي‌كند. براي مدلسازي تغيير خواص دو رويكرد وجود دارد. در روش اول خواص به صورت لايه لايه‌هاي همسانگرد تغيير مي‌كند. اين به آن معني است كه در اثر اعمال بار خارجي، در مرز مشترك لايه‌ها گراديان تنش ناشي از تغيير خواص بوجود مي‌آيد و در عمل ناپيوستگي رفتار جسم ايجاد مي‌شود. در رويكرد مدلسازي از نوع ماده هدفمند، بجاي تعريف خواص به صورت لايه لايه‌هاي مجزا، از مدل پيوسته‌ي تغيير خواص استفاده مي‌شود. حُسن استفاده از اين مواد در عدم ايجاد گراديان تنش ناشي از اعمال بار با تغيير خواص مي‌باشد و عملاً مواد مدرج تابعي يا هدفمند، اين نقص را برطرف مي‌كنند. خواص در اين مواد به صورت كسر حجمي مواد تشكيل‌دهنده تغيير مي‌كنند. رفتار ماده هدفمند به پارامترهايي همچون كسر حجمي، شكل و اندازه‌ي ذرات تشكيل‌دهنده بستگي دارد و در فرآيندِ توليد ماده‌ي هدفمند، هر يك از اين پارامترها تأثيرگذار هستند. انتخاب نوع توزيع خواص مدل‌هاي متنوعي دارد كه شايد نوع مدل توابع تواني و نمايي از جمله مدل‌هاي شايع مورد استفاده در تحقيقات مي‌باشد.

مخازن و لوله‌هاي تحت فشار كه حاوي سيال خورنده مي‌باشند، مستعد ايجاد ترك‌ هستند. از اين‌رو بررسي رفتار ترك به منظور ارزيابي ايمني آن، از اهميت زيادي برخوردار است و جايگزيني اين لوله‌ها با نوع ماده‌ي مدرج تابعي (كه در سطح تماس از جنس خيرحساس به ماده خورنده ساخته شده باشد)، مي‌تواند سبب افزايش عمر آن‌ها گردد. براي اين منظور تحليل و تعيين ضرايب شدت تنش، گام مؤثري در تحقق اين هدف مي‌باشد. به دليل وجود تغييرات خواص ماده در نقاط مختلف و نيز وجود ترك، تحليل ضرايب شدت تنش در استوانه‌ي مدرج تابعي ترك‌دار پيچيده است و به فراخور انتخاب نوع تغييرات خواص مواد، تحقيقات مختلفي روي آن صورت گرفته است كه اين موضوع در رشد تعداد مقالات از سال 2000 تاكنون توسط گاين و همكارانش [1] مرور شده است.

افسر و همكارانش [2] ضرایب شدت تنش را در استوانه‌ي مدرج تابعی حاوي دو ترك طولي را تحليل نمودند. برای حل، استوانه مدرج تابعي به صورت لايه‌هاي همگن در نظر گرفته شده و در هر لايه كرنش ويژه معادل تعيين شده است. با اعمال تغيير خواص ماده‌ي مدرج تابعي در هر لايه، ضرايب شدت تنش با استفاده از توابع پتانسيل موهومي ‌و معادله‌ي انتگرال منفرد محاسبه شده است. ميراحمدي و همكارانش [3] و ميرزايي و سلطاني [4] همين مسأله را با استفاده از تلفيق روش اجزاء محدود و روش تابع وزن تحليل نمودند. شريعتي و مهدي‌زاده رُخي [5] با استفاده از روش اجزاء محدود توسعه يافته ترك محيطي داخلي در استوانه‌ي مدرج تابعي ZrO2/Ti 6Al-4V با مدل تابع تواني را تحليل نمودند. اسكندري [6] با استفاده از روش اجزاء محدود به بررسي استوانه‌ با پوشش مدرج تابعي و حاوي ترك نيم‌بيضوي طولي پرداخت. بارگذاري به صورت شوك فشاري در سطح داخلي استوانه اعمال شده است. سيفي [7] با استفاده از مدل تواني در استوانه‌ي مدرج تابعي به بررسي اثر اتوفرتاژ روي رفتار ترك نيم‌بيضوي خارجي پرداختند. به منظور حل از روش اجزاء محدود سه‌بعدي و زيرمدل در نرم‌افزار آباكوس استفاده شده است.

در این مقاله، استوانه هدفمند تحت فشار كه در سطح داخلي خود حاوي چندين ترك طولي سرتاسري است با استفاده از روش اجزاء محدود تحليل مي‌شود. موقعيت قرارگيري ترك‌ها نسبت به هم در همه‌ي حالت‌هاي تحليل شده با زواياي مساوي مي‌باشد. جنس ماده‌ي هدفمند در سطح داخلي استوانه به دلیل مقاومت به خوردگي از اكسيد آلومينيوم و سطح بيروني آن از جنس تيتانيوم كاربيد مي‌باشد. تغيير خواص به صورت مدل تواني و در قالب تغيير مدول الاستيسيته و ضريب پوآسون در جهت شعاعي در نظر گرفته شده است. براي تحليل مسأله، با استفاده از نرم‌افزار اجزاء محدود آباكوس [8]، استوانه‌ي هدفمند حاوي دو، چهار، شش و هشت ترك به صورت دو بعدي مدلسازي مي‌شود. به دليل باز شدن دهانه‌ي ترك اثر نفوذ فشار روي سطح ترك‌ها نيز لحاظ شده است. اين امر در حالتيكه استوانه تحت فشار ناشي از سيال با ضريب ويسكوزيته بالا باشد قابل صرفنظر مي‌باشد. در شكل 1 حالت چهار تركي تحت فشار داخلي به صورت شماتيك نشان داده شده است. در مدلسازي ماده‌ي هدفمند از كدنويسي در سابروتين USDFLD نرم‌افزار آباكوس استفاده شده است. براي تعيين ضرايب شدت تنش از المان‌هاي منفرد در نوك ترك و انتگرال جِي اصلاح شده استفاده شده است. همگرايي نتايج و استقلال مسير در ماده‌ي مدرج تابعي در انتگرال جي براي تعيين ضرايب شدت تنش در همه‌ي مدل‌ها رعايت شده است. نتايج تحليل به روش اجزاء محدود با نتايج ساير مقالات در حالات مختلف بارگذاري صحت‌سنجي شده كه از دقت بالايي برخوردار است. پس از اطمينان از صحت مدلسازي، اثر چهار پارامتر ضريب ناهمگني ماده‌ي هدفمند، تعداد ترك‌ها، نسبت شعاع استوانه و عمق نسبي ترك ارزيابي شده است.

|  |
| --- |
|  |
| **Fig. 1** Schematic two-dimensional representation of a pressurized cylinder containing four axial cracks |
| شکل 1 طرح‌واره دو بعدي استوانه تحت فشار حاوي چهار ترك طولي |

1. مدل توزيع خواص استوانه‌ي مدرج تابعي

از آنجائيكه خواص مواد هدفمند نسبت به مكان تغییر مي‌كنند، تعيين رفتار كه بر مبناي توزيع نسبت كسر حجمي موادِ پايه‌ي تشكيل دهنده مي‌باشد ضروري است. در هر مدل، خاصيت هر دو ماده‌ي تشكيل‌دهنده‌ي اصلي وجود دارد و تنها نوع توزيع تغييرات از يك جنس به جنس ديگر متفاوت مي‌باشد. در این مقاله از مدل تابع توانی برای بیان تغيير مدول الاستيسيته و ضريب پوآسون ماده‌ي هدفمند به صورت زير استفاده شده است.

|  |  |
| --- | --- |
| (1) |  |
| (2) |  |

كه در آن Ein و νin به ترتيب مدول الاستيسيته‌ي و ضريب پوآسون اكسيد آلومينيوم در سطح داخلي استوانه و همچنين Eout و νout معرّف خواص تيتانيوم كاربيد در سطح خارجي استوانه مي‌باشد. شاخص *p* عددي مثبت است كه ميزان ناهمگني ماده مدج تابعي را مشخص مي‌كند. در حالتيكه *p*=1 است نسبت كسر حجمي مواد به صورت خطي تغيير مي‌كند. هر قدر اين عدد بزرگتر از يك بشود، نسبت پوآسون اكسيد آلومينيوم در ماده‌ي مدرج تابعي نسبت به تيتانيوم كاربيد بيشتر و در نتیجه ماده سراميكي‌تر مي‌شود. لازم به ذكر است كه در بيشتر تحقيقات صورت گرفته از تغييرات ضريب پوآسون در ماده هدفمند صرفنظر شده كه در اين مقاله همانند مدول الاستيسيته لحاظ شده است.

3- تعيين ضرايب شدت تنش در ماده‌ي مدرج تابعي

ماهيت انتگرال جِي در مکانیک شکست الاستیک خطی، نرخ رهایش انرژی است که به صورت اختلاف مقدار انرژی پتانسیل یک جسم ترک‌دار در دو طول ترك مختلف تعریف می‌شود. حُسن استفاده از اين روش عدم محدوديت آن در تحليل‌هاي الاستيك و پلاستيك و نيز استقلال از مسير انتگرال‌گيري مي‌باشد. در مواد هدفمند، انتگرال جِي اصلاح شده به صورت زير تعريف مي‌شود [9]:

|  |  |
| --- | --- |
| (3) |  |

كه در آن مساحت محضور به مسير بسته دلخواه حول جبهه‌ي ترك است. همچنين چگالي انرژي كرنشي، *σij* و *ui* به ترتيب تانسور تنش و ميدان جابجايي و *q* تابع وزن انتگرال مي‌باشد. اثر ضريب ناهمگني ماده هدفمند در ترم دوم انتگرال جِي مستتر است [10]. به دليل تغيير خواص در مسير انتگرال‌گيري، اين انتگرال در حالت كلي مستقل از مسير نيست. در حال حاضر امكان استفاده‌ي مستقيم از انتگرال جِي اصلاح شده در نرم‌افزار آباكوس به صورت مستقيم وجود ندارد. از طرف ديگر، گو و همكارانش [11] نشان دادند كه با انتخاب المان‌بندي بسيار ريز در اطراف نوك ترك مي‌توان از اثر ترم دوم صرفنظر نمود. بايد توجه شود كه مسير تعريفي براي انتگرال‌گيري بايد خواص ماده هدفمند تقريباً ثابت باشد. با تعيين انتگرال جِي مي‌توان ضرايب شدت تنش را در حالت كرنش صفحه‌اي تعيين نمود. نكته‌ي مهم در تعيين اين ضرايب در مواد هدفمند، در تعريف ثابت ماده مي‌باشد كه به صورت زير در نظر گرفته مي‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (4) |  |

كه در آن و به ترتيب مدول الاستیسیته و ضریب پوآسون در موقعيت نوک ترک می‌باشند و بايد خصوصيات ماده‌ي هدفمند در نوك ترك را منظور نمود. در سابروتين مورد استفاده در نرم افزار آباكوس امكان تعيين انتگرال جِي با تعريف خواص متفاوت با احتساب كانتورهاي نوك ترك بسيار كوچك قابل استفاده است و محدوديتي در تعيين ضرايب شدت تنش با اين روش در مواد هدفمند وجود ندارد.

4- مدل­سازی اجزاء محدود در مواد هدفمند

به منظور مدل‌سازي استوانه‌ي ساخته شده از ماده‌ي هدفمند، از نرم‌افزار المان محدود آباکوس [8] استفاده شده است. در اين نرم‌افزار با استفاده از كدنويسي به زبان فرترن در زيرروال USDFLD، امكان اعمال تغيير خواص فيزيكي ماده‌ي هدفمند وجود دارد. همچنين با توجه به آنكه ترك‌هاي مورد بررسي به صورت طولي سرتاسري مي‌باشند، از مدل‌سازي دو بعدي در حالت كرنش صفحه‌اي استفاده شده و صفحه‌هاي تقارن مطابق شكل 2 استفاده شده است. از آنجائيكه زواياي قرارگيري ترك‌ها نسبت به هم به صورت مساوي فرض شده، زاويه آنها نسبت به هم به صورت 180/N‌ درجه است. اين بدان معني است كه در مدل شش تركي زاويه ترك‌ها نسبت به هم 60 درجه مي‌باشد. از اين رو صفحه‌ي 30 درجه در اين حالت صفحه‌ي تقارن مدلسازي مي‌باشد. در تمام مدل‌ها كه بازاي نسبت شعاع استوانه (Ri/Ro)، عمق نسبي ترك (*a*/t) و ضريب ناهمگني ماده‌ي مدرج تابعي (p) و تعداد ترك‌ها (N)، فرآيند چندين بار تكرار شده تا همگرائي نتايج المان‌ها محرز شود.

در مدلسازي استوانه، از المان هشت گرهي CPE8R و براي نوك ترك از المان كوادراتيك تكين CPE6M استفاده شده است. همچنین در كليه‌ي تحليل‌ها از مدل دو بعدي در حالت كرنش صفحه‌اي با انتگرال كاهش يافته استفاده شده و تغيير خواص ماده‌ي هدفمند به صورت تابع تواني لحاظ شده است.

|  |
| --- |
| Drawing11.jpg |
| **Fig. 2** Finite element mesh of a cylinder containing six axial cracks by considering symmetric planes |
| شکل 3 مش‌بندی المان محدود برای استوانه‌ي حاوي شش ترک طولي با در نظر گرفتن صفحات تقارن |

جهت اعتبارسنجی مدل‌سازي ماده‌ي هدفمند، استوانه‌ي حاوي دو ترك طولي روبروي هم مطابق مرجع [3] با استفاده از سابروتین نوشته شده تحليل شده است. استوانه تحت فشار داخلي قرار دارد و مدول الاستيسيته‌ي آن به صورت تابع نمايي  مطابق خواص و ابعاد جدول 1 مدل‌سازي و تحليل شده است. مقادیر ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده  حاصل از كد نوشته شده با نتايج مرجع [3] در جدول 2 مقايسه شده كه از تطابق بسيار خوبي برخوردار است و بیشترین اختلاف بدست آمده در نتایج 1/0 درصد مي‌باشد.

**جدول 1** خواص و پارامترهاي هندسي استوانه‌ي هدفمند حاوي دو ترك طولي

**Table 1** The geometric parameters and properties of the functionally graded cylinder containing two longitudinal cracks

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *ν* | *Ro (mm)* | *Ri (mm)* | *Ei (GPa)* | *Eo/Ei* | *P (MPa)* |
| 0.3 | 25 | 50 | 100 | 10 | 1 |

**جدول 2** مقايسه ضرايب شدت تنش بي‌بعد شده در استوانه هدفمند تحت فشار حاوي دو ترك طولي روبروي هم

**Table 2** Comparing normalized stress intensity factors in an internally pressurized FG cylinder with two opposite longitudinal cracks

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *a/t* | *KN* | |
| تحقيق حاضر | ميراحدي و همكارانش [3] |
| 0.2 | 0.9255 | 0.9256 |
| 0.3 | 0.9753 | 0.9756 |
| 0.4 | 1.077 | 1.0772 |
| 0.5 | 1.2406 | 1.2409 |
| 0.6 | 1.4901 | 1.4902 |
| 0.7 | 1.8670 | 1.8760 |
| 0.8 | 2.4552 | 2.4552 |

4- تعيين ضرايب شدت تنش در استوانه هدفمند تحت فشار حاوي چندين ترك طولي

نتايج ضرايب شدت تنش بي‌بعد شده حاصل از اعمال فشار روي سطح داخلي استوانه هدفمند بازاي ضرايب ناهمگني p=1,5,10 به ترتيب در جداول 3 تا 6 ارائه شده است. همانگونه كه ملاحظه مي‌شود، حالت دو تركي نسبت به ساير حالت‌هاي چند تركي بحراني‌تر است و با افزايش تعداد ترك‌ها، ضرايب شدت تنش كاهش مي‌يابد. اين به آن معناست كه حالت دو تركي بيشترين گراديان تغييرات ضرايب شدت تنش نسبت به عمق نسبي ترك وجود دارد. از طرف ديگر اين رفتار در مواد همسانگرد نيز در مراجع [12 و 13] گزارش شده است. از اين جهت رفتار ماده‌ي هدفمند و همسانگرد از حيث تعداد ترك مشابه مي‌باشد. همچنين با افزايش نسبت شعاع استوانه، ضرايب شدت تنش كاهش مي‌يابند. اين بدان معني است كه استوانه‌ي هدفمند جدار نازك‌تر نسبت به ترك حساس‌تر است.

نكته‌ي قابل توجه ديگر اين است با افزايش نسبت شعاع رفتار ضرايب شدت تنش اندكي تغيير پيدا مي‌كند. در نسبت شعاع 1.5 ضرايب شدت تنش با افزايش عمق نسبي افزايش مي‌يابد. نرخ اين افزايش با افزايش تعداد ترك‌ها، كاهش مي‌يابد. در نسبت شعاع 2.5 اين روند اندكي تغيير يافته و با افزايش تعداد ترك‌ها رفتار اكيداً صعودي نداشته و در عمق نسبي *a*/t=0.4 كمينه‌ي ضريب شدت تنش بوجود مي‌آيد. اين بدان معني است كه چنانچه ترك تحت بار خستگي قرار گيرد در نسبت شعاع بالا و تعداد ترك‌هاي بالاتر، نرخ رشد ترك با پيشروي ترك در ابتدا كاهش يافته و سپس افزايش مي‌يابد. اين در حالي است كه در نسبت شعاع پايين نرخ رشد ترك همواره افزايشي مي‌باشد.

با نگاه دقيق‌تر به نتايج بدست آمده ملاحظه مي‌شود كه اثر ضريب ناهمگني ماده هدفمند روي ضرايب شدت تنش رفتار متفاوتي نسبت به عمق نسبي ترك و نسبت شعاع استوانه نشان مي‌دهد. به عبارت ديگر تغييرات ضرايب شدت تنش ناشي از تغيير ضريب ناهمگني كم‌تر از 6% مي‌باشد.

جدول 3: مقادیر ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده در استوانه مدرج تابعي تحت فشار داخلي بازاي ضريب ناهمگني p=1

**Table 3** normalized stress intensity factors in an internally pressurized FG cylinder with non-homogeneity factor p=1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ro/Ri** | **N** | ***a/t*** | | | |
| **0.2** | **0.4** | **0.6** | **0.8** |
| 1.5 | 2 | 4.135 | 5.478 | 7.746 | 10.886 |
| 8 | 3.587 | 3.756 | 4.405 | 6.098 |
| 2.5 | 2 | 2.348 | 2.710 | 3.370 | 4.462 |
| 4 | 1.725 | 1.619 | 1.927 | 2.948 |

جدول 4 مقادیر ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده در استوانه مدرج تابعي تحت فشار داخلي (با نفوذ به سطح ترك) بازاي ضريب ناهمگني p=5

**Table 4** Comparing normalized stress intensity factors in an internally pressurized FG cylinder with with non-homogeneity factor p=5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ro/Ri** | **N** | ***a/t*** | | | |
| **0.2** | **0.4** | **0.6** | **0.8** |
| 1.5 | 2 | 4.286 | 5.559 | 7.678 | 10.679 |
| 4 | 4.072 | 4.765 | 5.864 | 7.706 |
| 6 | 3.881 | 4.207 | 4.921 | 6.559 |
| 8 | 3.709 | 3.792 | 4.342 | 5.952 |
| 2.5 | 2 | 2.417 | 2.738 | 3.335 | 4.377 |
| 4 | 2.163 | 2.157 | 2.488 | 3.261 |
| 6 | 1.959 | 1.831 | 2.121 | 3.082 |
| 8 | 1.773 | 1.632 | 1.900 | 2.878 |

جدول 5 مقادیر ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده در استوانه مدرج تابعي تحت فشار داخلي (با نفوذ به سطح ترك) بازاي ضريب ناهمگني p=10

**Table 5** Comparing normalized stress intensity factors in an internally pressurized FG cylinder with with non-homogeneity factor p=10

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ro/Ri** | **N** | ***a/t*** | | | |
| **0.2** | **0.4** | **0.6** | **0.8** |
| 1.5 | 2 | 4.333 | 5.636 | 7.767 | 10.626 |
| 4 | 4.118 | 4.833 | 5.933 | 7.668 |
| 6 | 3.924 | 4.266 | 4.980 | 6.527 |
| 8 | 3.751 | 3.846 | 4.396 | 5.924 |
| 2.5 | 2 | 2.436 | 2.768 | 3.368 | 4.355 |
| 4 | 2.180 | 2.183 | 2.516 | 3.247 |
| 6 | 1.975 | 1.853 | 2.146 | 3.069 |
| 8 | 1.787 | 1.653 | 1.924 | 2.865 |

5- جمع‌بندي

استوانه مدرج تابعي حاوي چندين ترك طولي سرتاسري با استفاده از روش اجزاء محدود تحليل شد. مواد پايه استوانه مدرج تابعي در سطح داخلي از جنس Al2O3 و در سطح بيروني آن TiC مي‌باشد كه خواص از جمله مدول الاستيسيته و ضريب پوآسون به صورت تابع توزيع تواني از سطح داخلي به خارجي تغيير مي‌كند. همچنين اثر تغيير ضريب پوآسون در كنار تغيير مدول الاستيسيته نيز لحاظ شده است كه در بيشتر مقالات ضريب پوآسون ثابت فرض مي‌شود. براي حل، با استفاده از مدلسازي به روش اجزاء محدود، نتايج بازاي عمق نسبي مختلف ترك (0.2≤*a*/t≤0.8)، نسبت شعاع استوانه Ro/Ri=1.5,2.5، ضريب ناهمگني ماده مدرج تابعي (1≤p≤10) و تعداد ترك (N=2,4,6,8) تعيين گرديد.

نتايج در حالت خاص بارگذاري با نتايج ساير مقالات مقايسه شده كه حاكي از دقت بالاي مدلسازي مي‌باشد. نتايج در حالت فشار داخلي نشان مي‌دهد كه بيشترين مقدار ضرايب شدت تنش در حالت دو تركي رخ مي‌دهد و اين حالت بحراني مي‌باشد. همچنين اثر تغيير ضريب ناهمگني بر ضرايب شدت تنش كم مي‌باشد و با تحليل يك ضريب ناهمگني مي‌توان به صورت مهندسي براي ساير ضرايب ناهمگني در محدوده‌ي تحليل شده استفاده نمود.

6- فهرست علایم

|  |  |
| --- | --- |
| *a* | عمق ترك‌ها (m) |
| *a*/t | عمق نسبي ترك |
| Ein, Eout | مدول الاستيسيته در سطح داخلي و خارجي استوانه (kgm-1s-2) |
| Etip | مدول الاستيسيته ماده هدفمند در نوك ترك (kgm-1s-2) |
| J | انتگرال جِي |
| K | ضريب شدت تنش (kgm0.5s-2) |
| KN | ضريب شدت تنش بي‌بعد شده |
| N | تعداد ترك‌ها |
| p | ضريب ناهمگني ماده هدفمند |
| Ri, Ro | شعاع داخلي و خارجي استوانه (m) |
| t | ضخامت استوانه (m) |
| **علایم یونانی** | |
| νin, νout | ضريب پوآسون در سطح داخلي و خارجي استوانه |
| νtip | ضريب پوآسون ماده هدفمند در نوك ترك |

7- مراجع

[1] D. Gayen, R. Tiwari, D. Chakraborty, Static and dynamic analyses of cracked functionally graded structural components: A review, *Composites Part B*, Vol. 173, 106982, 2019.

[2] A.M. Afsar, J.I. Song, Analysis of apparent fracture toughness of a thick-walled FGM cylinder with two diametrically opposed edge cracks, *Fatigue and Fracture for Engineering Materials and Structures*, Vol. 32, pp. 665-670, 2009.

[3] H. Mirahmadi, M. Azimi, S.S. Mirjavadi, Calculation of stress intensity factor for functionally graded cylinders with two radial cracks using the weight function method, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 85, pp. 447-456, 2016.

[4] H. Mirzaeei Shalamzari, N. Soltani, Determination of stress intensity factor for sunctionally graded cylinder containing radial crack using weight functions method, *27th Annual International Conference on Mechanical Engineering*, April 30–May 2, 2019, Tarbiat Modares University. (in Persianفارسی )

[5] M. Shariati, M. M. Mahdizadeh Rokhi, H. Rayegan, Investigation of stress intensity factor for internal cracks in FG cylinders under static and dynamic loading, *Frattura ed Integrità Strutturale*, Vol. 39, pp. 166-180, 2017.

[6] H. Eskandari, Three-dimensional investigation of cracked tubes coated with functionally graded material under shock loading, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 40, 432, 2018.

[7] R. Seifi, Stress intensity factors for internal surface cracks in autofrettaged functionally graded thick cylinders using weight function method, [*Theoretical and Applied Fracture Mechanics*](https://www.sciencedirect.com/science/journal/01678442), [Vol. 75](https://www.sciencedirect.com/science/journal/01678442/75/supp/C), pp. 113-123, 2015.

[8] ABAQUS Documentation and User Manual, Version 6.14, Simulia, Dassault Systèmes, 2014.

[9] Z. Ghadimi, B. Hakimollahi, S. A. Hoseini Kordkheili, N. Soltani, Calculation of J-integral for functionally graded materials using the finite element method, *20th Annual International Conference on Mechanical Engineering*, May 16-18, 2012, Shiraz University. (in Persianفارسی )

[10] J. Chen, L. Wu, S. Du, A Modified J Integral for Functionally Graded Materials, *Mechanics Research Communications*, Vol. 27, No. 3, pp. 301-306, 2000.

[11] P. Gu, M. Dao, R.J. Asaro, A simplified method for calculating the crack-tip field of functionally graded materials using the domain integral, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 66, pp. 101-108, 1999.

[12] H.M. Shu, J. Petit, G. Bezine, Stress intensity factors for radial cracks in thick walled cylinders—I. symmetrical cracks, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 49 (4), pp. 61l-623, 1994.

[13] A.H. Zand, S.M. Nabavi, Stress intensity factors in cylinders with multiple logitudinal cracks due to steady thermal loading, *2nd National Coference on Applied mechanical Engineering*, October 31- November 1, 2018, Shahr-e-Kord University. (in Persianفارسی )