ارزیابی روبات موازی صفحه ای 3RRP بر اساس شاخص فضای کاری مفید

حسین نوذری پور1 ، سید علی میرنجفی زاده2\*

1- دانشجوی کارشناسی ارشد رشته ساخت وتولید دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان

2- مربی ، گروه مهندسی مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان .

* کرمان ، بلوار ولی عصر، کد پستی 763131167، amirnajafi.z@gmail.com

چکیده

در این مقاله طراحی بهینه ترکیب بندی یک روبات صفحه ای موازی****براساس فضای کاری مفیدارائه شده است. طراحی بهینه معمولا بر اساس شاخصهای سینماتیکی بر مبنای ماتریس ژاکوبی جهت رسیدن به اهداف مشخصی صورت می گیرد و در این وضعیت بهترین ابعاد و اندازه های روبات بدست می آید. در روباتهای صفحه ای معیارهای ارزیابی بر مبنای شاخص های سینماتیکی مهارت، دقت، ایزوتروپی و شاخص فضای سودمند انجام شده است. با توجه به نقیصه روباتهای موازی در ارتباط با فضای کاری، شاخص های فوق در جهت حداکثر شدن فضای کاری مورداستفاده قرار گرفته اند. ساختار جدید با توجه به مناسب بودن طول اعضا از درجه دقت و فضای کاری مطلوبی بر خوردار می باشد.

**کلی**د‌واژگ**ان**

روبات موازی صفحه ای ، روبات 3RRP ، ماتریس ژاکوبی ، شاخص سینماتیکی .

**Evaluation of the 3RRP planar parallel manipulator based on Space utilization index**

**Hossein Nozari Pour, Seyed Ali Mir Najafizadeh** \***,**

1-. Postgraduate Student in Manufacturing and Production of Islamic Azad University, Kerman Branch

2- Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Kerman Branch.

amirnajafi.z@gmail.com

Abstract

This paper presents the optimal design of a 3RRP planar parallel manipulator based on a useful Space utilization. The optimal design is based on the kinematics index and Jacobian matrix to achieve specific goals and in this situation the best dimensions and sizes of the robot are obtained. In parallel manipulators, the kinematic index of manipulability, accuracy, isotropy, stiffness and useful Space utilization are used in robot analysis. Due to the problem of reducing the working space of parallel robots, kinematics index were used to maximize workspace. The new structure has a good accuracy and workspace given the length of links.

**Keywords**

Parallel manipulator, 3RRP robot, Jacobian matrix, kinematic index.

1. مقدمه

دریک روبات کاملا˝ موازی صفحه ای، صفحه متحرک توسط سه زنجیره سینماتیکی مستقل به پایه متصل می شود و دارای 3 درجه آزادی می باشد. عملگرها باید قابلیت کنترل روی همه درجات آزادی صفحه متحرک را داشته باشند و هنگامی که آنها را قفل می‌کنیم صفحه متحرک قابلیت حرکت نداشته باشد (درجه آزادی آن به صفر برسد). اگر مفاصل دورانی را با و مفاصل کشوئی را با نمایش دهیم بر مبنای کارهای مرلت [1] و بونف و گوسلین [2] ترکیبات پایه برای اینگونه روباتهای موازی صفحه ای عبارتند ازو ووووکه در هرکدام عملگر می‌تواند متفاوت باشد.

در این مقاله ساختارجدیدی از روبات صفحه‌ای ارائه شده و از شاخص های سینماتیکی برای طراحی بهینه آن استفاده شده است. تحلیل فضای کاری نیز انجام شده است. طراحی بهینه بر مبنای شاخص سینماتیکی فراگیر و شاخص فضای سودمند انجام گرفته است.

طراحی بهینه مکانیزم روباتها بر اساس شاخص هایی شامل ارزیابی فضای کاری[3]، مهارت [4-5]، شاخص سینماتیکی فراگیر [6-7] وصلبیت [8] بوده است. که همگی بر مبنای ماتریس ژاکوبی تعریف شده اند. سالیزبوری و کرایگ نشان دادند که چالاکی یک بازوی مکانیکی میتواند بر اساس عدد شرط ماتریس ژاکوبی بیان گردد[9]. معیار تحرک پذیری نیز توسط یاشیگاوا ارایه شد [10]. تاکنون محققان زیادی شاخص های فوق را مبنای تحلیل خود قرار داده‌اند [11]. در سالهای اخیر با توجه به محدودیتهایی که بعضی از شاخص های فوق در رابطه با ابعاد نا‌‌ همگون عناصر ماتریس ژاکوبی داشتند شاخص های دیگری همچون قدرت تحرک پذیری [12] وشاخص ‌های حساسیت [13] معرفی واستفاده شده اند. شاخص های فوق معمولا بصورت فراگیر و در تمام فضای کاری بصورت نرمال شده محاسبه می‌گردند. با وجود معرفی شاخص های ارزیابی مختلف که امروزه در تحلیل و طراحی روباتها مورد استفاده قرار می‌گیرند، هنوز روش مشخص و کاملا پذیرفته شده‌ای برای طراحی روباتها وجود ندارد.

**2-معرفی روبات با ساختار جدید**

مشخصات هندسی این روبات موازی صفحه ای در شکل (2) نشان داده شده است. درجه آزادی آن بر طبق رابطه گرویبلر برابر 3 می باشد. انتفال حرکت توسط سه بازویبه طول از پایه به صفحه متحرک انجام می شود. صفحه متحرک دارای سه شیار می باشد که مفصل درون آنها حرکت لغزشی دارد. این مفصل بصورت یک مفصل ترکیبیعمل می‌نماید. عملگرها در نقاط بصورت دورانی عمل می‌کنند. نقطه در مرکز صفحه متحرک به عنوان مجری نهایی توسط حرکت مفاصل درون شیارها در هر لحظه مشخص می‌شود.



**Fig. 1** planar parallel manipulator 3RRP

شکل1: روبات موازی صفحه‌ای3

**3-سینماتیک معکوس**

موقعیت مجری نهایی توسط نقطهنسبت به دستگاه مختصات پایه متصل به نقطه  مشخص می‌گردد. و در هر لحظه برابر است با:

(1)  

که بردار موقعیت اتصال هر لینک به پایه‌ را در نقاط مشخص می‌کند.اگر  بردار یکه در امتداد  و بردار یکه در امتداد  باشد می‌توان نوشت:

(2)  

(3)  

که دوران مختصات صفحه متحرک نسبت به مختصات پایه و  زاویه امتداد هر شیار با محور را نشان می دهد، با استفاده از تعاریف فوق وبا توجه به شکل (2) می‌توان نوشت:

(4 )  

کهمقدار ثابت طول رابط  وفاصله متغیر نقطه تا در هر لحظه می‌باشد.

با دیفرانسیل‌گیری از رابطه (4) نسبت به زمان رابطه سرعت مجری نهایی در مرکز صفحه متحرک بدست می‌آید:

(5)  

ماتریسی متعامد می‌باشد که هر بردار در صفحه را به اندازه 90 درجه پادساعتگرد دوران میدهد و بصورت زیر تعریف می‌شود:

(6) 

برای حذفدو طرف معاله فوق را درضرب نقطه‌ای کرده معادله بصورت ساده زیر در می‌آید:

(7)  

با تعریف بردارهای  و 

به ترتیب به عنوان بردار سرعت دورانی و انتقالی مجری نهایی و بردار فضای سرعتهای مفصلی خواهیم داشت:

(8) 

بطوریکه:

(9) 

(10)  

با استفاده از روابط فوق ماتریس ژاکوبی سینماتیک معکوس برای این روبات موازی بصورت زیر تعریف می‌گردد:

(11) 

(12) ****

همجنین ماتریس ژاکوبی سینماتیک مستقیم را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

(13) 

(14) 

در سینماتیک معکوس با مشخص بودن بردارمیتوان بردار فضای مفصلی  را محاسبه نمود. دررابطه (4) در صورتیکه آنرا بصورت دو معادله در جهات  و نوشته ورا حذف نماییم خواهیم داشت:

(15) 

که به ازای  در هر لحظه مقادیر بدست می آیند.

**4-سینماتیک مستقیم**

در سینماتیک مسقیم با معلوم بودن بردار فضای مفصلی درهر لحظه می‌توان بردار را تعیین نمود. با استفاده از رابطه (4) در صورتیکه موقعیت را به ازای زنجیره  وبا هم مساوی قرار دهیم:

(16 ) 

با بسط معادله فوق در جهات و، دو معادله بدست آمده و با حذف از آن یک معادله غیر خطی بر حسب مجهولات  و  بدست می‌آید.

در مرحله بعد از رابطه (4) موقعیترا به ازای زنجیره  و  نوشته و با هم مساوی قرار می‌دهیم:

(17) 

با بسط معادله فوق در جهات و، دو معادله بدست آمده و با حذف از آن معادله غیر خطی دیگری بر حسب مجهولات  و  بدست می‌آید. با حل همزمان دستگاه معادلات غیر خطی فوق مقادیر و و با جانشینی در روابط (16) و (17) به ترتیب مقادیر  وبه دست می‌آیند.

**5-تحلیل فضای کاری**

در این بخش فضای کاری جهت ثابت[[1]](#footnote-1) روبات موازی را بررسی می‌کنیم. در مقایسه با روباتهای سری، روباتهای موازی فضای کاری کوچکتری دارند بنا براین تحلیل فضای کاری یکی از مهمترین پارامترهای طراحی اینگونه روباتها با توجه به زمینه کاربرد آنها می‌باشد. فضای کاری جهت ثابت یک روبات موازی بعنوان فضایی تعریف می‌شود که مجری نهایی میتواند با جهت ثابت به ان فضا دسترسی پیدا کند. و در طراحی مکانیزمها اهمیت زیادی دارد.

برای محاسبه فضای کاری روشهای مختلفی وجود دارد که مهمترین آنها روش جستجوی نقاط و روش هندسی می‌باشد. در این مقاله ازروش جستجوی نقاط استفاده شده است.

دراین روش ابتدا فضای کاری را شبکه بندی کرده و برای تمام نقاط شبکه قیود سینماتیکی را بررسی می‌کنیم . به عبارت دیگر به ازای هر نقطه داخل شبکه از روابط سینماتیک معکوس مقادیر  و را بدست آورده به ازای مقادیر حقیقی وغیر صفر و به ازای مقادیر حقیقی، نقطه مورد نظر داخل فضای کاری روبات می‌باشد.

در شکلهای(3) الی (5) فضای کاری به ازای مقادیر مختلف و  و محدوده حرکت عضو کشویی غیر فعال که با  نشان می‌دهیم ترسیم شده است. موقعیت اتصال پایه ها به صفحه ثابت در سه راس یک مثلث متساوی الاضلاع قرار گرفته است. همانگونه که در شکل ها مشاهده می‌شود با افزایش زاویه چرخش صفحه متحرک فضای کاری جهت ثابت کاهش پیدا می‌کند. در هر شکل نواحی وجود دارد که در فضای کاری قرار نداشته و مجری نهایی نمی‌تواند این نقاط را پوشش دهد.

**6-بررسی و تحلیل مهارت روبات**

مهارت یک بازوی مکانیکی بعنوان توانایی آن در تغییر وضعیت مکانی یا جهت گیری دلخواه و یا اعمال نیرو و کوپل در جهات مختلف و دلخواه می‌باشد و به عنوان یک کمیت سنجش سینماتیکی- استاتیکی شناخته می‌شود. ماتریس ژاکوبی (همچنین معکوس یا ترانهاده آن ) بیان کننده نگاشت بین سرعتها و نیروها بین مجری نهایی وعملگرهای بازوی مکانیکی بوده و بنا بر این تمامی کمیتهای سنجش مهارت بر مبنای ماتریس ژاکوبی بنا نهاده شده اند.

در اینجا به بررسی تعدادی از مهمترین شاخص های سینماتیکی –استاتیکی به جهت سنجش مهارت روبات موازی مورد تحلیل می‌پردازیم.



**Fig. 3** constant orientation Workspace based on , b=0.9 

شکل3: فضای کاری جهت ثابت به ازای  و  و



**Fig. 4** constant orientation Workspace based on   

شکل 4: فضای کاری جهت ثابت به ازای  و  و



**Fig. 5** constant orientation Workspace based on 

شکل 5: فضای کاری جهت ثابت به ازای  و  و

عدد شرط ماتریس ژاکوبی ارتباط بین خطای فضای مفصلی و خطای فضای کاری مجری نهایی را مشخص نموده و می‌تواند به عنوان سنجشی برای دقت سینماتیکی ربات استفاده گردد. عدد شرط برمبنای مقادیر منفرد یک ماتریس بنا نهاده شده است. اگر  و  به ترتیب مشخص کننده بزرگترین و کوچکترین مقدار منفرد یک ماتریس باشند، عدد شرط بصورت زیر تعریف میگردد:

(20) 

که **** مبیننرم 2 ماتریس می‌باشد.

این شاخص برای اولین بار توسط سالیزبوری و کرایگ [9] در تحلیل روباتها مورد استفاده قرار گرفت. عدد شرط بین مقادیر 1 در حالت ایزوتروپ روبات تا بینهایت درحالت تکین روبات تغییر می‌کند. پراکندگی زیاد مقادیر منفرد باعث ایجاد عدد شرط بزرگ شده و نزدیک شدن به وضعیتهای تکین روبات را مشخص می‌نماید. برای محدود کردن اندازه عدد شرط از معکوس آن استفاده می‌شود که مقدار آن بین 0 تا 1 تغییر نموده و به عنوان شاخص سینماتیکی محلی[[2]](#footnote-2) شناخته میشود:

(21) 

با توجه به اینکه کمیتهای فوق به ما تریس ژاکوبی و در نتیجه به ترکیب بندی روبات وابسته هستند، برای برسی آن در کل فضای کاری روبات از شاخص سینماتیکی فراگیر[[3]](#footnote-3) که نرمالیزه کمیت فوق در کل فضای کاری روبات است استفاده می‌شود و بصورت زیر تعریف می‌گردد:

(22)  ****

این شاخص چندین ویژگی مطلوب دارد و چون توسط فضای کاری نرمالیزه شده است، بنابر این کمیتی غیر وابسته به اندازه فضای کاری بوده و به عنوان یک متغییر طراحی بطور وسیعی در مقالات استفاده شده است.در این شاخص چون از معکوس عدد شرط استفاده شده است همگرایی بیشتری وجود داشته و ضمن انتگرال گیری عددی ،تعدادی از نقاط نزدیک به تکینیها تاثیر کمتری روی نتایج دارند چون به سمت صفر میل می‌نماید (تا به سمت بی نهایت). همچنین مقادیر بدون بعد این اندیس بین صفر برای بازوی مکانیکی در حالت تکین، و 1 برای بازوی مکانیکی کاملا ایزوتروپ تغییرمی‌کند.

**7-شاخص فضای مفید[[4]](#footnote-4)**

در طراحی بهینه گاهی ساختار بازوی مکانکی روبات را با هدف حداکثر نمودن فقط  بهینه می‌نماییم در حالیکه این کار ممکن است به یک ساختارسازه‌ای بزرگ روبات منجر شود. اندیس فضای سودمند بصورت زیر تعریف می‌شود[14] :

(23) 

که در آن  نشان دهنده سطح مقطع فضای کاری به ازای هر ابعادی از روبات و  کوچکترین سطح مقطع محصور شده‌ای است، بطوریکه کلیه عملگرها در این محدوده سطح قرار داشته باشند. به عبارت دیگر این شاخص مشخص کننده حجم فضای کاری به حجم اندازه فیزیکی روبات است.

**8-طراحی بهین روبات**

هدف از این بخش تعمیم وحل یک مسئله بهینه سازی غیرخطی چند متغیره با انتخاب متغییرهای هندسی طراحی برای روبات می‌باشد. تابع هدف در نظر گرفته شده از ترکیب شاخص‌های سینماتیکی فراگیر  و شاخص فضای سودمند  بصورت زیر تعریف می‌شود:

(34) 

که  فاکتور وزنی  می‌باشد. پارامترهای طراحی مورداستفاده عبارتند از طول بازوی عملگر  و طول کورس شیار صفحه متحرک  و طول مثلث ثابت . در این تحلیل  در نظر گرفته شده و دو پارامتر دیگر بر مبنای آن نرمال شده‌اند. بنابراین مسئله طراحی بهینه عبارت است از :

ماکزیمم نمودن () در ارتباط با تغییرات: 

شکل (6) شاخص سینماتیکی فراگیر  را برحسب تغییرات  و و به عبارت دقیقتر  و  نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که باافزایش  مقدار  تا حدی افزایش می‌یابد ولی تغییرات  تاثیر چندانی روی آن ندارد. در کل میتوان دید که شاخص فوق در محدوده فضای کاری داده شده تغییرات زیادی را نشان نمی‌دهد.

شکل (7) تغییرات شاخص فضای سودمندرا نشان می‌دهد. با افزایش  این شاخص افزایش قابل ملاحظه‌ای رانشان می‌دهد ولی تغییرات زیادی نسبت به نشان نمی‌دهد.

شکل (8) تغییرات تابع هدف را به ازای مقدار واحد فاکتور وزنی نشان می‌دهد. به روشنی مشخص است که به ازای مقادیر کم و  اندازه آن مینیمم وبه ازای مقادیر بزرگتر آنها مقدار این شاخص به حداکثر خود می‌رسد. و به عنوان یک معیار طراحی مناسب در طراحی و کاربردهای عملی قابل استفاده می‌باشد.

**9-نتیجه گیری**

در این مقاله ساختا‌ر ساده ای از روبات موازیارایه و تحلیل سینماتیکی و فضای کاری و طراحی ایزوتروپی آن انجام شد. به جهت طراحی بهینه آن از دو شاخص سینماتیکی فراگیر و شاخص فضای سودمند استفاده شد. بااستفاده از تابع هدف برمبنای شاخص‌های سینماتیکی ابعاد بهینه روبات به دست آمد.



**Fig. 1** The measured and simulated temperatures

شکل 6: تغیرات شاخص سینماتیکی فراگیر بر حسب ابعاد روبات 



**Fig. 1** The measured and simulated temperatures

شکل 7: تغیرات شاخص فضای سودمند بر حسب ابعاد روبات 



**Fig. 1** The measured and simulated temperatures

شکل8: تغییرات شاخص ترکیبی بر حسب ابعاد روبات 

10- مراجع

1. Merlet, J. P., Parallel Robots. Springer, www.springer.com, 2006.
2. Bonev, I. A., Zlatavov, D., Gosselin, C. M, Singularity Analysis of 3-DOF Planar Parallel Mechanism via Screw Theory. ASME J. Mech. Des., 125, September, pp. 573-581. 2003.
3. Gosselin, C., Jean, M. Determination of the Workspace of Planar Parallel Manipulators with Ioint Limited .Robotic and Autonomous Systems., 17. 129-138. 1996.
4. Kelin, C. A., Blaho, B. E. dexterity measures for Design and Control of Kinematicly Rdandant Manipulators . The International jounal of Robotic Reserch. 6. 72-82. 1987.
5. Gosselin, C.The Optimum Design of Robotic Manipulator using Dexterity Indices. Robotic and Autonomous Systems. 9. 213-226, 1992.
6. Gosselin, C. Angeles, J. The Optimum Kinematic Design of a Planar three-degree-of-freedom Parallel Manipulators, ASME J. Mechanisms, Transmissions, Automations. Design 110 (1) . 35-41. 1988.
7. Gosselin, C., Angeles, J. The Optimum Kinematic Design of a Spherical three Degree-of-Freedom Parallel Manipulator, J. Mech. Transm. Autom. Des. 111 (2) .202-207. 1989.
8. Gosselin, C., Stifness Map for Parallel Manipulators. IEEE Transaction onRobotics and Automation, 6(3). 377-382. 1990.
9. Salisbury,J.,Crige,J. Articulated hand:Force Control and Kinematic Issues. Int J Robotics Res, 1(1). 4-17. 1991.
10. Yashikawa, T.Manipulability of Robotic Mechanism. International Journal of Robotic Reserch, Vol. 4, No. 2, pp.3-9. 1985.
11. Li, Y. Xu, Q., Kinematic Analysis of a 3-PRS Parallel Manipulator. Robotic and Computer-integrated manufacturing, Vol 23. 395-408. 2007.
12. Mansouri, I., Quali, M., The Power Manipulability A new homogeneous Performance index of Robot Manipulator .Robotic and Computer-integrated manufacturing, Vol. 27, No. 2, pp. 434-449. 2011.
13. Cardou, P., Bouchard, S., Gosslin, C., Kinematic Sensitivity Index for Dimentionally nonhomogeneous Jacobian Matrices. IEEE Trans. Rob. 26(1). pp.339-356. 2010.
14. Stock, M.,Miller, K., 2003. “Optimal Kinematic Design of Spatial Parallel Manipulators:application to Linear Delta Robot”. Tran. ASME J. Mech. Des. 125(2). pp. 292-301.

1. Constant-orientation workspace [↑](#footnote-ref-1)
2. Kinematic condition index [↑](#footnote-ref-2)
3. Global condition index [↑](#footnote-ref-3)
4. Space utilization index [↑](#footnote-ref-4)