ضرایب شدت تنش ترک‌های نامتقارن طولی در استوانه جدار ضخیم تحت بار ترمومکانیکی

سید سجاد حجازی رکاوندی1، سید مهدی نبوی2\*

1- كارشناس ارشد، مهندسي هوافضا، دانشگاه صنعتي مالک اشتر، تهران

2- استاديار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتي مالک اشتر، تهران، ايران

\* تهران، صندوق پستی 143/14665، sajadhejazi7000@gmail.com

چکیده

در این مقاله، ضرایب شدت تنش حرارتی در استوانه‌های دارای دو ترک طولی نامتقارن با روش المان محدود موردبررسی قرارگرفته‌اند. تاکنون درزمینۀ ترک‌های متقارن تحقیقات گسترده‌ای صورت گرفته است، اما درباره ترک‌های طولی نامتقارن در استوانه جدار ضخیم صورت نگرفته است. در این پژوهش استوانه جدار ضخیم دارای دو ترک طولی نامتقارن بوده است که ترک‌ها نسبت به راستای محور افقی دارای زاویه هستند و استوانه تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی پایا قرارگرفته است. در این مقاله تأثیر غیرمتقارن بودن ترک طولی در ابعاد مختلفی از ترک در استوانه با نسبت شعاع‌های متفاوت موردبررسی قرارگرفته است. به‌منظور صحت سنجی،با نتايج مقاله‌ موجود مقايسه صورت گرفته است كه از دقت بالايي برخوردار است. نتایج نشان می‌دهد دو پارامتر ضخامت و زاویه ترک نسبت به محور افقی در نتایج ضرایب شدت تنش تأثیرگذار است، به‌طوری‌که در ضخامت پایین و حداکثر فاصله ترک نسبت به محور افقی، استوانه در بحرانی‌ترین حالت خود قرار می‌گیرد.

**کلی**د‌واژگ**ان**

ضریب شدت تنش حرارتی، ترک­های طولی نامتقارن، روش اجزای محدود، استوانه توخالی

Stress intensity factors for asymmetric longitudinal cracks in hollow cylinder subject to thermo-mechanical loading

S. S. Hejazi Rekavandi1, S. M. Nabavi1\*

1- Department of Aerospace Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14665-143 Tehran, Iran, sajadhejazi7000@gmail.com

Abstract

In this paper, the thermal stress intensity factors in cylinders with two asymmetric longitudinal cracks have investigated by the finite element method.

Up to now, a great amount of work has been done on the problems of symmetrical longitudinal cracks in the thick-walled cylinder. But, nothing has been done on asymmetrical longitudinal cracks in thick-walled cylinders. In this study, the thick-walled cylinder is considered with two asymmetric longitudinal cracks that the cracks are angled with respect to the horizontal axis, and the cylinder is subjected to steady-state thermal and mechanical loading. The results have compared with those of an available literature for special case of loading to verify the finite element modelling, in which very good agreement has been found. The results show that the two parameters of thickness and crack angle with the horizontal axis have been effective in the values of stress intensity factors so that at the low thickness and maximum crack angle from the horizontal axis, the cylinder is in its most critical conditions.

Keywords

Thermal stress intensity factor, Asymmetric longitudinal cracks, Finite element method, Hollow cylinder

1. مقدمه

مخازن و لوله‌های تحت‌فشار، از جمله سازه‌های پرکاربرد در صنایع مادر نظیر هسته‌ای، نفت و پتروشیمی و هوافضا می‌باشند. بسیاری از این سازه‌ها در سطح داخلی خود تحت ‌فشار، تغییرات دمایی بالا و سیالات خورنده قرار دارند که مستعد ایجاد ترک می‌باشند. از اینرو ارزیابی ایمنی آن‌ها، از اهمیت زیادی برخوردار است. بنابراین بررسي رفتارشناسی وقوع ترك و نحوه رشد آن در این استوانه‌ها به منظور تخمین عمر کاری از اهميت بالایی برخوردار است. تحليل و تعيين ضرايب شدت تنش، گام اول در تحقق اين هدف مي‌باشد.

به دلیل معایب به وجود آمده در هنگام ساخت مخازن تحت ‌فشار و یا معایب به وجود آمده هنگام نصب و راه‌اندازی این مخازن و همچنین خوردگی شیمیایی ناشی از تماس سیال خورنده با سطح لوله، باعث ایجاد ترک‌های در جهات و ابعاد مختلف در آن­ها می­شود. این ترک­ها در نقاط مستعد ترک همچن درز جوش­ها و یا محل­های خورده شده ایجاد شده و به مرور زمان رشد می­کنند که تعداد آن­ها بر حسب نوع تولید و نگهداری معمولاً متنوع است و در کاربردهای مختلف متفاوت است.

کیرخوپ و همکارانش [1] با استفاده از روش اجزاء محدود ضریب شدت تنش را در استوانه‌ي تحت فشار داخلي و حاوي 2 تا 40 ترك طولي را تعيين نمودند. شو و همكارانش [2] نيز اين مسئله را براي محدوده‌ي 2 تا 300 ترك حل نمودند. شو و همکارانش[3] همچنين ترک‌های نامتقارن را برای استوانه جدار ضخیم تنها برای یک هندسه خاص و شرایط بارگذاری مکانیکی با روش المان محدود مورد بررسی قرار دادند. پِرل و اشکنازی [4,5] با استفاده از روش اجزاء محدود لوله اسلحه حاوي ترك‌هاي طولي متقارن تا 1024 عدد ترك را، تحت بار حرارتی پايا در زمان شلیک گلوله تحليل نمودند. ما و همکارانش [6,7] به بررسی ضریب شدت تنش حرارتی در استوانه­های توخالی حاوی يك ترک طولي را با استفاده از روش تابع وزن تحليل نمودند. چن و همكارانش [8,9] با استفاده از روش اجزاء محدود، استوانه‌ي داراي پوشش حاوي ترک‌های طولي را تحت بار حرارتي گذرا تحليل نمودند. جباري و همکارانش [10] به بررسی ضریب شدت تنش در استوانه جدار ضخیم دارای اتصال جوش حاوی ترک طولی سرتاسری داخلی به­ روش تابع وزن پرداختند. زند و نبوي ]11[ ضرایب شدت تنش در استوانه جدار ضخیم با چندین ترک طولی تحت بارگذاری حرارتی با روش المان محدود مورد بررسی قراردادند.

همانطور که اشاره شد، تحقیقات متعددی جهت بررسی ضرایب شدت تنش در استوانه‌های جدار ضخیم که دارای ترک‌های متقارن هستند صورت گرفته است، امّا برای ترک‌های نامتقارن این پژوهش‌ها بسیار محدودند و این تحقیق می‌تواند مقدمه‌ای جهت بررسی این نوع ترک‌ها در مخازن تحت فشار برای تحقیقات آینده باشد. با این ‌وجود تحقیقات صورت گرفته در مخازن تحت ‌فشار با ترک‌های متقارن می‌تواند در تحلیل شرایط نامتقارن بسیار مؤثر باشد. در این مقاله، استوانه جدار ضخیم تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی كه در سطح داخلي خود دارای دو ترک طولی نامتقارن است، مورد بررسی قرار گرفته است. براي تحليل مسئله از نرم‌افزار اجزاء محدود آباكوس ]12[، استفاده شده است. موقعيت ترك‌ها نسبت به هم تحت زوایای 5/22، 45، 5/67 و 90 درجه مطابق شكل 1 می‌باشد. جنس استوانه از فولاد با خواص ارائه شده در جدول 1 فرض شده است. ابعاد هندسي نسبت شعاع استوانه در محدوده تغییر می‌کند.

|  |
| --- |
| ­ |
| **Fig. 1** Schematic of a thick-walled cylinder with two asymmetric longitudinal cracks |
| **شكل 1** طرح‌واره استوانه جدار ضخیم حاوي دو ترک نامتقارن طولي سرتاسري |

**جدول 1** خواص ماده و شرایط مرزی مکانیکی و حرارتی مورداستفاده در استوانه

**Table 1** Material properties and thermo-mechanical boundary condition of the cylinder

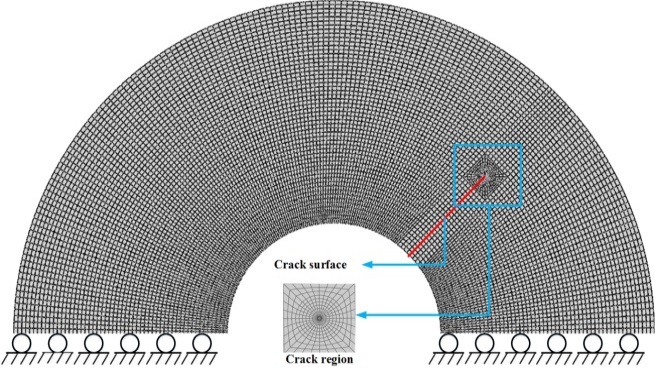
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| مقدار | واحد | خاصیت |
| 11.7E-6 |  | ضریب انبساط حرارتی |
| 43 |  | ضریب هدایت گرمایی |
| 200 | Gpa | مدول یانگ |
| 0.3 | - | ضریب پوآسون |
| 0 |  | دمای سطح خارجی |
| -100 |  | دمای سطح داخلي |
| 10 | MPa | فشار داخلی استوانه |
| 0.1 | MPa | فشار خارجی استوانه |

استوانه بلند در نظر گرفته‌شده تا حالت كرنش صفحه‌اي برقرار باشد و از اثر لبه‌ها روي ضرايب شدت تنش صرفنظر شده است. براي اين منظور از روش اجزاء محدود دوبعدي استفاده شده است. همچنين اثر نفوذ فشار و حرارت روي سطح ترك‌ها لحاظ نشده است. اين امر در حالتيكه استوانه تحت فشار ناشي از سيال دما بالا با ضريب ويسكوزيته پایین باشد قابل صرف‌نظر هست.

جهت محاسبه ضرایب شدت تنش حرارتی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس از روش ماکزیمم تنش مماسی استفاده‌شده است. همگرايي نتايج در تعيين ضرايب شدت تنش حرارتی با روش ماکزیمم تنش مماسی در همه‌ي مدل‌ها رعايت شده است. نتايج تحليل به روش اجزاء محدود با نتايج ساير مقالات در حالات مختلف بارگذاري صحت‌سنجي شده كه از دقت بالايي برخوردار است. پس از اطمينان از صحت مدل‌سازی، اثر پارامترهای نسبت شعاع استوانه، عمق نسبي ترك و زاویه دو ترک نسبت به محور افقی ارزیابی‌شده است.

2- مدل‌سازی اجزای محدود

برای اینکه عمر خستگی استوانه‌های ضخیم با استفاده از مکانیک شکست تخمین زده شود، لازم است که از تغییرات ضریب شدت تنش به عنوان تابعی از طول ترک و هندسه مطلع شد. برای هندسه‌های پیچیده می‌توان مقادیر ضرایب شدت تنش را با استفاده از تحلیل المان محدود بدست آورد. برای اين منظور از نرم افزار تجاری آباکوس استفاده شده است. با توجه به آنكه ترك‌هاي مورد بررسی به صورت طولي سرتاسري مي‌باشند، از مدل‌سازي دو بعدی در حالت كرنش صفحه‌اي استفاده شده و مطابق شكل 2 تنها از نیمه بالایی استوانه جهت تحلیل در نرم‌افزار آباکوس استفاده ‌شده و شرایط مرزی متقارن در صفحه تقارن اعمال شده است. در تمام مدل‌ها بازای نسبت شعاع استوانه (Ri/Ro) و عمق نسبي ترك (*a*/t)، فرآيند چندين بار تكرار شده تا همگرایی نتايج المان‌ها محرز شود. در مدل‌سازی استوانه، از المان هشت گرهي CPE8R و براي نوك ترك از المان كوادراتيك تكين CPE6M استفاده شده که در آن تکینگی تنش در نوك ترك است.



|  |
| --- |
| **Fig. 2** Finite element mesh of a cylinder containing two asymmetric longitudinal cracks |
| شکل 2 مش بندی المان محدود برای استوانه‌ي حاوي دو ترک نامتقارن طولي |

همچنین در كليه‌ي تحليل‌ها از مدل دوبعدی در حالت كرنش صفحه‌اي با انتگرال کاهش‌یافته استفاده شده است. اندازه المان اطراف نوک ترک برابر یک درصد از اندازه ترک در نظر گرفته شده است. همچنین یک آباکوس اسکریپت پایتان جهت تولید مدل با تغییر در پارامترهای مؤثر، شعاع داخلی، عمق ترک نوشته شده است. برای محاسبه ضریب شدت تنش در استوانه جدار ضخیم مدل‌سازی شده در آباکوس با ترک‌های طولی نامتقارن، از روش بيشينه تنش مماسی استفاده شده است.

جهت اعتبارسنجی مدل‌سازی استوانه با دو ترک طولی سرتاسری نامتقارن، مطابق با مرجع [3] خواص و ابعاد جدول 2 مدل‌سازي و مقایسه ‌شده است. مقادیر ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده با نتايج اين مرجع در جدول 3 مقايسه شده كه از تطابق بسيار خوبي برخوردار است و بیشترین اختلاف به‌دست‌آمده در نتایج 1/0 درصد است.

**جدول 2** خواص و پارامترهاي هندسي استوانه‌ حاوي دو ترك طولي نامتقارن

**Table 2** The geometric parameters and properties cylinder containing two Asymmetrical longitudinal cracks

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *ν* | *Ro (mm)* | *Ri (mm)* | *Ei (GPa)* | *P (MPa)* |
| 3/0 | 135 | 5/52 | 200 | 100 |

**جدول 3** مقايسه ضرايب شدت تنش بي‌بعد شده در استوانه تحت‌فشار حاوي دو ترك طولي نامتقارن

**Table 3** Comparing normalized stress intensity factors in an internally pressurized cylinder with two asymmetrical longitudinal cracks

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| مراجع |  | *a*/t | | | |
| 2/0 | 4/0 | 6/0 | 8/0 |
| شو و همکارانش]3[ | 20 | 9399/0 | 7626/0 | 7507/0 | 9469/0 |
| مقاله حاضر | 9301/0 | 7599/0 | 7487/0 | 9423/0 |
| شو و همکارانش]3[ | 45 | 0564/1 | 9067/0 | 9238/0 | 1313/1 |
| مقاله حاضر | 0590/1 | 9116/0 | 9332/0 | 1395/1 |
| شو و همکارانش]3[ | 60 | 1365/1 | 0569/1 | 1173/1 | 3573/1 |
| مقاله حاضر | 1335/1 | 0500/1 | 1112/1 | 3498/1 |
| شو و همکارانش]3[ | 90 | 2219/1 | 2726/1 | 4606/1 | 8037/1 |
| مقاله حاضر | 2193/1 | 2677/1 | 4512/1 | 7955/1 |

3- تعيين ضرايب شدت تنش در استوانه تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی پایا حاوي دو ترك طولي نامتقارن

سطح داخلی استوانه جدار ضخیم تحت‌فشار Pi و دمای Ti قرار داشته و سطح خارجی آن تحت‌فشار Po و دمای To قرار دارد، با توجه به مقادیر جدول 1، ضرایب شدت تنش حرارتی بی‌بعد شده با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس به ترتیب در جداول 4 تا 6 ارائه‌شده است. انتقال حرارت به صورت پایدار فرض شده است. با استفاده از روش جمع آثار و با فرض الاستیک خطی بودن رفتار در مکانیک شکست و نیز با توجه به موقعیت ترک در سطح داخلی استوانه تنش محیطی عامل مودساز ترک است. برای تعیین تنش حرارتی پایا ابتدا باید توزیع حرارت را به روش اجزاء محدود با استفاده از نرم‌افزار آباکوس محاسبه نمود. اگرچه ویسکوزیته سیال داخل سیلندر در دمای بالاتر کاهش می‌یابد، دما به داخل سطوح ترک نفوذ نمی‌کند.

جهت بی‌بعد سازی ضرایب شدت تنش حرارتی، پس از محاسبه ضرایب شدت تنش حرارتی به روش حداکثر تنش مماسی، با استفاده از رابطه 1 بی‌بعد شده‌اند.

|  |  |
| --- | --- |
| (1) |  |

با توجه به مرجع [11]، توزیع تنش حرارتی محیطی در معادله 2 بدست آمده است و با استفاده از نرم افزار آباکوس مقادیر تنش حرارتی محیطی مطابق شکل 3 مقایسه شده‌اند، که با توجه به شکل، نتایج به‌دست‌آمده از دقت بسیار بالایی برخوردار است.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |
|  | (3) |
|  | (4) |
|  | (5) |
|  | (6) |
|  | (7) |

|  |
| --- |
| **Fig. 1** Comparison of steady-state thermal stress distribution with a closed-form solution |
| **شكل3** مقایسه توزیع تنش حرارتی پایا با حل بسته |

نتايج ضرايب شدت تنش حرارتی بي‌بعد شده حاصل از اعمال بارگذاری مکانیکی و حرارتی استوانه به ازای نسبت شعاع خارجی به داخلی 25/1، 125/2و 3 به ترتيب در جداول 4 تا 6 ارائه‌شده است. همان‌گونه كه ملاحظه مي‌شود، در تمامی ضخامت‌های استوانه مقادیر ضریب شدت تنش بی‌بعد شده با افزایش زاویه دو ترک نسبت به محور افقی، افزایش می‌یابد که در زاویه 90 درجه زمانی که ترک‌ها بیشترین فاصله را از هم دارند، ضرایب شدت تنش حداکثر مقدار خود رادارند و در حالت 5/22درجه زمانی که ترک‌ها کمترین فاصله را نسبت به هم دارند، ضرایب شدت تنش حداقل مقدار خود را دارد. همچنین زمانی که استوانه جدار ضخیم که تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی قرار دارد، با افزایش ضخامت ضرایب شدت تنش کاهش می‌یابد. زمانی که استوانه دارای ضخامت پایین است، ضرایب شدت تنش حداکثر مقدار خود را دارد و با افزایش ضخامت این مقادیر کاهش می‌یابد تا جایی که در نسبت شعاع 3 به حداقل مقدار خود می‌رسد که از این حیث با استوانه‌های دارای ترک‌های متقارن ]2[ رفتاری مشابه دارند.

با توجه به نکات گفته شده، استوانه جدار ضخیم تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی با دو ترک طولی نامتقارن در نسبت شعاع‌های پایین و حداکثر فاصله دو ترک نسبت به هم در حالت بحرانی قرار دارد و بالعکس در ضخامت‌های بالا و در کمترین فاصله دو ترک نسبت به هم حالت ایمن‌تری دارند.

نکته قابل‌توجه دیگر اینکه در نسبت شعاع 25/1با رشد ترک ضریب شدت تنش رفتار صعودی اکید در تمامی زوایا دارد. اما این رفتار در نسبت شعاع 125/2کمی متفاوت است و با افزايش تعداد ترك‌ها رفتار اكيداً صعودي نداشته و در زوایای 5/22و 45 درجه، عمق نسبي *a*/t=0.2 كمينه‌ي ضريب شدت تنش به وجود مي‌آيد. اين بدان معني است كه چنانچه ترك تحت بار خستگي قرار گيرد در نسبت شعاع بالا و تعداد ترك‌هاي بالاتر، نرخ رشد ترك با پيشروي ترك در ابتدا افزایش‌یافته و سپس کاهش مي‌يابد ولی در زوایای 5/67و 90 رفتار اکیداً صعودی خود را حفظ کرده است. در نسبت شعاع 3 در زوایای 5/22، 45 و 5/67نرخ رشد ترک ابتدا افزایشی بود و سپس کاهشی شده است و در زاویه 90 درجه رفتار اکیداً صعودی دارد.

جدول 4 مقادیر ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده در استوانه تحت بارگذاری مکانیکی با نسبت شعاع 25/1

**Table 4** Comparing normalized stress intensity factors in an internally pressurized cylinder subject to thermo-mechanical loading with Radius ratio 1.25

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *a*/t |  | | | |
| 5/22 | 45 | 5/67 | 90 |
| 1/0 | 0382/0 | 0384/0 | 0386/0 | 0387/0 |
| 2/0 | 0520/0 | 0531/0 | 0544/0 | 0549/0 |
| 3/0 | 0628/0 | 0658/0 | 0692/0 | 0706/0 |
| 4/0 | 0725/0 | 0784/0 | 0854/0 | 0888/0 |
| 5/0 | 0813/0 | 0913/0 | 104/0 | 111/0 |
| 6/0 | 0888/0 | 104/0 | 126/0 | 139/0 |
| 7/0 | 0941/0 | 115/0 | 149/0 | 171/0 |
| 8/0 | 0960/0 | 120/0 | 167/0 | 202/0 |

جدول 5 مقادیر ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده در استوانه تحت بارگذاری مکانیکی با نسبت شعاع 125/2

**Table 5** Comparing normalized stress intensity factors in an internally pressurized cylinder subject to thermo-mechanical loading with Radius ratio 2.125

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *a*/t |  | | | |
| 5/22 | 45 | 5/67 | 90 |
| 1/0 | 142/0 | 146/0 | 150/0 | 152/0 |
| 2/0 | 154/0 | 167/0 | 183/0 | 190/0 |
| 3/0 | 146/0 | 168/0 | 198/0 | 214/0 |
| 4/0 | 131/0 | 160/0 | 205/0 | 232/0 |
| 5/0 | 114/0 | 148/0 | 206/0 | 245/0 |
| 6/0 | 0961/0 | 132/0 | 201/0 | 253/0 |
| 7/0 | 0771/0 | 114/0 | 190/0 | 254/0 |
| 8/0 | 0558/0 | 0911/0 | 170/0 | 242/0 |

جدول 6 مقادیر ضرایب شدت تنش بی‌بعد شده در استوانه تحت بارگذاری مکانیکی با نسبت شعاع 3

**Table 6** Comparing normalized stress intensity factors in an internally pressurized cylinder subject to thermo-mechanical loading with Radius ratio 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *a*/t |  | | | |
| 5/22 | 45 | 5/67 | 90 |
| 1/0 | 00227/0 | 00242/0 | 00254/0 | 00259/0 |
| 2/0 | 00218/0 | 00250/0 | 00284/0 | 00302/0 |
| 3/0 | 00190/0 | 00229/0 | 00287/0 | 00319/0 |
| 4/0 | 00158/0 | 00201/0 | 00278/0 | 00327/0 |
| 5/0 | 00125/0 | 00172/0 | 00263/0 | 00328/0 |
| 6/0 | 000919/0 | 00142/0 | 00244/0 | 00322/0 |
| 7/0 | 000580/0 | 00109/0 | 00218/0 | 00309/0 |
| 8/0 | 000248/0 | 000708/0 | 00183/0 | 00283/0 |

4- جمع‌بندي

استوانه جدار ضخیم حاوی دو ترک نامتقارن طولي سرتاسري با استفاده از روش المان محدود تحليل شد. ترک‌ها طولی سرتاسری با زوایای 5/22، 45، 5/67و 90 در جه نسبت به محور افقی از هم قرار دارند که تحلیل این نوع ترک‌ها در استوانه‌های تحت بارگذاری مکانیکی و حرارتی تاکنون صورت نگرفته و به دلیل نزدیک بودن به شرایط واقعی تحلیل آن ضروری بوده است. براي حل، با استفاده از مدل‌سازی به روش اجزاء محدود، نتايج به ازای عمق نسبي مختلف ترك (0.1≤*a*/t≤0.8)، نسبت شعاع استوانه Ro/Ri=1.25,2.125,3، تعيين گرديد.

نتايج در حالت خاص بارگذاري با نتايج ساير مقالات مقايسه شده كه حاكي از دقت بالاي مدل‌سازی است. نتايج در حالت بارگذاری مکانیکی و حرارتی نشان مي‌دهد كه بيشترين مقدار ضرايب شدت تنش در حالتی که دو ترک نسبت به هم بیشترین فاصله رادارند، رخ مي‌دهد و اين حالت بحراني است. همچنين اثر تغيير ضخامت بر ضرايب شدت با افزایش آن، کاهش می‌یابد، که با تحلیل مهندسی می‌تواند به موارد بیشتر آن را بسط داد.

5- فهرست علائم

|  |  |
| --- | --- |
| *a* | عمق ترك‌ها (m) |
| *a*/t | عمق نسبي ترك |
| E | مدول الاستيسيته در استوانه (kgm-1s-2) |
| KNT | ضريب شدت تنش حرارتی بي‌بعد شده |
|  | ضريب شدت تنش حرارتی (kgm0.5s-2) |
| Ri, Ro | شعاع داخلي و خارجي استوانه (m) |
| t | ضخامت استوانه (m) |
| Ti,To | دمای سطح داخلی و خارجی |
| Pi,Po | فشار داخلی و خارجی |
| r | شعاع |
| **علائم یونانی** | |
|  | ضریب انبساط حرارتی |
|  | تنش شعاعی و محیطی |
| ν | ضريب پوآسون |

6- مراجع

1. Kirkhope K.J., Bell R., and Kirkhope J., 1990. “Stress Intensity Factor Equation for Single and Multiple Cracked Pressurized Thick-Walled Cylinders”. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 41, pp.103–111.
2. Shu, H.M., Petit, J., and Bezine, G., 1994. “Stress intensity factors for radial cracks in thick walled cylinders—I. symmetrical cracks”. Engineering Fracture Mechanics, 49(4), pp. 61l–623.
3. Shu, H.M., Petit, J., and Bezine, G., 1994. “Stress intensity factors for radial cracks in thick-walled cylinders--III.Asymmetrical cracks”. Engineering Fracture Mechanics, 49(6), pp. 839–847.
4. Perl, M., and Ashkenaze, A., 1992. “Radial Cracking of A Thick-Walled Cylinder Due to an Internal Thermal Shock”. Engineering Fracture Mechanics, 41(4), pp. 597–605.
5. Perl, M., and Ashkenaze, A., 1992. “A More Realistic Thermal Shock Analysis of A Radially Multicracked Thick- Walled Cylinder”. Engineering Fracture Mechanics, 42(5), pp. 747–756.
6. Ma C.C., Huang J-I., and Tsai, C.H., 1994. “Weight Function and Stress Intensity Factors for Axial Crack in Hollow Cylinder”. Journal of Pressure Vessel Technology, pp.423–430.
7. Ma C.C., and Liao M-H., 1996. “Analysis of Axial Cracks in Hollow Cylinders Subject to Thermal Shock by Using the Thermal Weight Function Method”. Journal of Pressure Vessel Technology, 118, pp.146–153.
8. Chen, X., Zhang, K., Chen, G., and Luo, G., 2006. “Multiple axial cracks in a coated hollow cylinder due to thermal shock”. International Journal of Solids and Structures, 43, pp. 6424–6435.
9. Chen, X., and Chen, G., 2009. “Multiple On the thermally induced cracking of a segmented coating deposited on the outer surface of a hollow cylinder”. Surface & Coatings Technology, 203, pp. 1114–1120.
10. Nabavi, S. M., Shahravi, M., Jabbari, M., Determination of stress intensity factors in thick-walled cylinders with axial welding seam and crack using the weight function method, *Proceedings of The 14th Internation-al Conference of Iranian Aerospace Society, Tehran, Iran*, March 2–4 (2013). (in Persianفارسی )
11. Nabavi.S.M Zand.A., “Stress intensity factors in cylinders with multiple logitudinal cracks due to steady thermal loading, *2nd National Coference on Applied mechanical Engineering*, October 31- November 1, 2018, Shahr-e-Kord University. (in Persianفارسی )
12. ABAQUS Documentation and User Manual, Version 6.14, Simulia, Dassault Systèmes, 2014.